



**TESIS - TM 142501**

## **DESAIN SISTEM KENDALI GYROSCOPIC INVERTED PENDULUM DENGAN DUA FLYWHEEL**

**EDWIN RAMADHANI SAMPURNA**  
**NRP. 021116 5005 0003**

**Dosen Pembimbing**  
**Dr.Eng. Unggul Wasiwitono, S.T., M.Eng.Sc.**  
**NIP. 19780510 200112 1 001**

**PROGRAM MAGISTER**  
**BIDANG KEAHLIAN DESAIN SISTEM MEKANIKAL**  
**DEPARTEMEN TEKNIK MESIN**  
**Fakultas Teknologi Industri**  
**Institut Teknologi Sepuluh Nopember**  
**Surabaya**  
**2018**



TESIS - TM 142501

## **DESIGN GYROSCOPIC CONTROL SYSTEM OF INVERTED PENDULUM WITH DOUBLE FLYWHEEL**

**EDWIN RAMADHANI SAMPURNA**  
NRP. 021116 5005 0003

Supervisor  
Dr.Eng. Unggul Wasiwitono, S.T., M.Eng.Sc.  
NIP. 19780510 200112 1 001

**MASTER PROGRAM  
MECHANICAL DESIGN SYSTEM  
DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING  
FACULTY OF INDUSTRIAL TECHNOLOGY  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA  
2018**



Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar  
Magister Teknik (M.T.)

di  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:  
Edwin Ramadhani Sampurna  
NRP. 021116 5005 0003

Tanggal Ujian : 25 Juli 2018  
Periode Wisuda : September 2018

Disetujui oleh:

1. Dr.Eng. Unggul Wasiwitono, S.T., MEng.Sc.  
NIP. 19780510 200112 1 001

(Pembimbing)

2. Prof. Ir. I Nyoman Sutantra, M.Sc., Ph.D.  
NIP. 19510605 197803 1 002

(Penguji)

3. Ir. Bambang Pramujati, M.Sc.Eng., Ph.D.  
NIP. 19691203 199403 1 001

(Penguji)

4. Arif Wahjudi, S.T., M.T., Ph.D.  
NIP. 19730322 200112 1 001

(Penguji)

Dekan Fakultas Teknologi Industri,



Dr. Bambang Lelono Widjiantoro, S.T., M.T.

NIP. 19690507 199512 1 001

*(halaman ini sengaja dikosongkan)*



## PERNYATAAN KEASLIAN TESIS

Dengan ini saya menyatakan bahwa isi sebagian maupun keseluruhan tesis saya dengan judul “**DESAIN SISTEM KENDALI *GYROSCOPIC INVERTED PENDULUM* DENGAN DUA *FLYWHEEL***” adalah benar-benar hasil karya intelektual mandiri, diselesaikan tanpa menggunakan bahan-bahan yang tidak diizinkan dan bukan merupakan karya pihak lain yang saya akui sebagai karya saya sendiri.

Semua referensi yang dikutip maupun dirujuk telah ditulis secara lengkap di daftar pustaka. Apabila ternyata pernyataan ini tidak benar, saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan yang berlaku.

Surabaya, 25 Juli 2018

Edwin Ramadhani Sampurna  
02111650050003

*(halaman ini sengaja dikosongkan)*

# ABSTRAK

## DESAIN SISTEM KENDALI *GYROSCOPIC INVERTED PENDULUM* DENGAN DUA *FLYWHEEL*

**Nama** : Edwin Ramadhani Sampurna  
**NRP** : 021116 5005 0003  
**Dosen Pembimbing** : Dr.Eng. Unggul Wasiwito, S.T., M.Eng.Sc.

Indonesia termasuk negara dengan pengguna kendaraan bermotor roda dua yang paling banyak jika dibandingkan dengan transportasi mobil, yang mengakibatkan kasus kecelakaan lalu lintas meningkat. Permasalahan tersebut disebabkan karena stabilisasi dinamis kendaraan roda dua sangat kurang. Salah satu solusi yang ditawarkan untuk mengatasi masalah ini adalah kendaraan roda dua yang memiliki penyeimbang berupa *Control Moment Gyroscope*. Motor yang dapat menjaga keadaan tegak dan melawan gaya lateral yang diakibatkan oleh gaya sentrifugal saat berbelok.

Pada penelitian kali ini merancang sistem *inverted pendulum* sebagai permodelan sederhana dari kendaraan roda dua, dimana akan dievaluasi dinamikanya agar *inverted pendulum* dapat kembali ke posisi ekuilibrium dikarenakan adanya pengaruh putaran dari banda *rigid* lainnya. Prinsip ini dinamakan *control moment gyroscope* (CMG), dimana *gyroscope* sebagai aktuator kesetabilan pada *inverted pendulum*. Penelitian kali ini akan mengevaluasi sistem *inverted pendulum* dengan dua giroskop menggunakan sistem kendali *LQR* dan *LQG*.

Hasil pengujian menunjukkan bahwa sistem kendali *LQR* dan *LQG* mampu mempertahankan *inverted pendulum* dalam keadaan stabil yaitu tepat pada posisi ekuilibrium dengan rata - rata 3.71 detik. Simulasi dilakukan dengan *disturbance* berupa impuls sinyal torsi sebesar 2, 4 dan 6 Nm.

**Kata kunci:** Stabilisasi, *inverted pendulum*, CMG, *Linear Optimal Control*.



*(halaman ini sengaja dikosongkan)*

# ABSTRACT

## DESIGN GYROSCOPIC CONTROL SYSTEM OF INVERTED PENDULUM WITH DOUBLE FLYWHEEL

**Name** : Edwin Ramadhani Sampurna  
**NRP** : 021116 5005 0003  
**Supervisor** : Dr.Eng. Unggul Wasiwito, S.T., M.Eng.Sc.

Indonesia is one of the most users of two-wheeled vehicles compared with the users of car transportation, so the problem of traffic accident cases caused by vehicle users increased due to dynamic stabilization of two-wheeled vehicles is very less. One solution that can be offered to solve this problem is a motorcycle that has a control moment gyroscope stabilizer. The position of two-wheeled vehicles experienced a change that makes the existence of a corner deviation against the upright position caused by centrifugal force when turning. Control moment gyroscope is a way to produce a torque, the torque which counters static and dynamic force on motorcycle. The torque which produced by control moment gyroscope is caused by moving flywheel which given an external torque.

In this research, the inverted pendulum system is designed to represent a simple model of motorcycle, the inverted pendulum system will be evaluated dynamically so that the inverted pendulum can return to the equilibrium point. This research will evaluate the inverted pendulum system with two gyroscopes using LQR and LQG control systems.

The simulation result of inverted pendulum system with multi-body model using LQR and LQG control is able to maintain the inverted pendulum in stable condition, stability is precisely in the equilibrium position with an average of 3.71 seconds. The simulation was performed by disturbance in the form of impulse torque signal of 2, 4 and 6 Nm.

**Keywords:** *Stabilization, inverted pendulum, CMG, Linear Optimal Control.*

*(halaman ini sengaja dikosongkan)*



## KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT atas rahmat, taufik, serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat mengajukan dan menyelesaikan Proposal Tesis yang berjudul: **“DESAIN SISTEM KENDALI GYROSCOPIC INVERTED PENDULUM DENGAN DUA FLYWHEEL”** dapat diselesaikan dengan baik.

Laporan ini disusun sebagai salah satu persyaratan yang harus dipenuhi oleh setiap mahasiswa Program Studi S-2 Departemen Teknik Mesin FTI-ITS yang selanjutnya akan diteruskan sebagai penelitian Tesis dari penulis. Dalam penyusunan Proposal Tesis ini, penulis berusaha menerapkan ilmu yang didapat selama menjalani perkuliahan di S-2 Teknik Mesin dengan Bidang Studi Desain Sistem Mekanikal. Kiranya penulis tidak akan mampu menyelesaikan Proposal Tesis ini tanpa bantuan, saran, dukungan dan motivasi dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Dr. Eng. Unggul Wasiwitono, S.T., M.Eng.Sc. selaku dosen pembimbing dan dosen wali yang telah meluangkan waktu, tenaga dan pikiran untuk memberikan ide, arahan, bimbingan dan motivasi selama pengerjaan Proposal Tesis ini.
2. Bapak Prof. Ir. I Nyoman Sutantra, M.Sc., Ph.D. dan Bapak Arif Wahjudi, S.T., M.T., Ph.D. selaku dosen penguji Tesis yang telah banyak memberikan saran dan masukan guna untuk kesempurnaan penelitian Tesis ini.
3. Bapak Dr. Bambang Lelono Widjiantoro, S.T., M.T. selaku Dekan Fakultas Teknologi Industri ITS Surabaya.
4. Bapak Ir. Bambang Pramujati, M.Sc.Eng. Ph.D. selaku dosen penguji Tesis dan Ketua Departemen Teknik Mesin FTI-ITS Surabaya.
5. Bapak Prof. Dr. Eng. Ir. Prabowo, M.Eng. selaku kepala Program Studi Pascasarjana Departemen Teknik Mesin FTI-ITS.
6. Segenap Bapak/Ibu Dosen Pengajar dan Karyawan yang telah memberikan ilmu dan pengetahuan serta sarana & prasarana di Departemen Teknik Mesin FTI-ITS.

7. Keluarga S-2 Desain Sistem Mekanikal (DSM) Angkatan 2k16 (Pak Yulianto, Mbak Elisa, Ferly, dan Ajeng) atas dukungan, semangat, kebersamaan dan kerjasamanya kepada penulis.
8. Teman – teman yang telah menyumbang waktu, tenaga dan pikiran dan juga semangat yang tidak pernah berhenti.

Penulis menyadari sepenuhnya, bahwa Proposal Tesis ini masih jauh dari sempurna, sehingga penulis mengharapkan adanya kritik dan saran dari berbagai pihak, khususnya kepada para Dosen Penguji agar nantinya penelitian Tesis ini menjadi lebih baik. Akhir kata, semoga melalui Proposal Tesis ini maka penelitian Tesis dari penulis dapat dilaksanakan hingga selesai.

Surabaya, 25 Juli 2018

Edwin Ramadhani Sampurna  
NRP. 021116 5005 0003

# DAFTAR ISI

<b>Lembar Pengesahan</b>	<b>i</b>
<b>Pernyataan Keaslian Tesis</b>	<b>iii</b>
<b>Abstrak</b>	<b>v</b>
<b>Abstact</b>	<b>vii</b>
<b>Kata Pengantar</b>	<b>ix</b>
<b>Daftar Isi</b>	<b>i</b>
<b>Daftar Gambar</b>	<b>iii</b>
<b>Daftar Tabel</b>	<b>v</b>
<b>Daftar Simbol</b>	<b>vii</b>
<b>1 PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Permasalahan	2
1.3 Tujuan Penelitian	3
1.4 Batasan Masalah	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
<b>2 KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI</b>	<b>5</b>
2.1 Deskripsi Riset (State of The Art)	5
2.2 Control Moment Gyroscope	7
2.3 Kendali Optimal	10
2.3.1 Linear Time Invariant System	10
2.3.1.1 Linearity	10
2.3.1.2 Time-Invariance	10
2.3.2 Impulse Response and Convolution	11
2.3.3 State Space Model	11
2.3.4 Stability	12
2.3.4.1 Controllability	12
2.3.4.2 Observability	13
2.3.5 Linear quadratic regulator (LQR)	13



2.3.5.1	Teori Regulator Optimal	13
2.3.5.2	Controller Algebraic Ricatti Equations (CARE)	15
2.3.6	Linear quadratic gaussian (LQG)	16
2.3.6.1	LQG dalam continuous time	16
<b>3</b>	<b>METODE PENELITIAN</b>	<b>19</b>
3.1	Model <i>Inverted Pendulum</i> Secara Umum	19
3.2	Rigid Body Dynamics	19
3.3	Full System Dynamics	23
3.4	Parameter Sistem	24
3.5	Simulasi Model Matematis dan Model 3D	25
3.6	Desain dan Simulasi Sistem Kendali	26
<b>4</b>	<b>ANALISIS DAN PEMBAHASAN</b>	<b>29</b>
4.1	Validasi Model Dinamika Inverted Pendulum	29
4.2	Desain Sistem Kendali LQR	30
4.2.1	Pembuktian Keterkendalian Sistem ( Controllability )	31
4.2.2	Pembuktian Keteramatan Sistem (Observability)	31
4.2.3	Penentuan Matriks Bobot	31
4.2.4	Hasil Perhitungan Nilai Umpan Balik Optimal	32
4.2.5	Simulasi Sistem dengan Simscape Multibody	34
4.2.5.1	<i>Double Gyroscope</i> tanpa Sistem Kendali	34
4.2.5.2	<i>Double Gyroscope</i> dengan Sistem Kendali	35
4.2.6	Analisa Stabilitas Control LQR	40
4.3	Desain Sistem Kendali LQG	41
4.3.1	Desain Observer	41
4.3.1.1	Sistem dengan Lima <i>state</i> Vector	43
4.3.1.2	Sistem dengan Empat <i>state</i> Vector	46
4.3.1.3	Sistem dengan Tiga <i>state</i> Vector	48
4.3.2	Kalman Filter	51
4.3.3	Analisa Stabilitas Control LQG	53
<b>5</b>	<b>KESIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>55</b>
5.1	Kesimpulan	55
5.2	Saran	55
	<b>Daftar Pustaka</b>	<b>57</b>
	<b>Lampiran</b>	<b>59</b>

## DAFTAR GAMBAR

2.1	<i>Inverted pendulum</i> dengan sistem aktuasi gerak dari kereta.	5
2.2	Kendaraan personal dua roda <i>Segway</i> .	6
2.3	<i>Honda UX-3</i>	6
2.4	<i>Honda Riding Assist</i>	7
2.5	<i>Control Moment Gyroscope</i>	8
2.6	<i>Control gyroscopic</i> pada sistem <i>inverted pendulum</i>	9
2.7	<i>LQR controller diagram</i>	16
2.8	<i>LQG controller diagram</i>	17
3.1	konsep desain <i>Inverted Pendulum</i>	20
3.2	<i>Free body diagram</i> model <i>inverted pendulum</i> dilihat secara isometri	21
3.3	Close-Loop Sistem	25
3.4	Diagram model matematis dengan kendali <i>LQR</i>	27
3.5	Diagram model matematis dengan kendali <i>LQG</i>	28
4.1	Simulasi Model Matematis	29
4.2	Hasil <i>respons</i> pendulum dua giroskopik tanpa sistem kendali pada <i>simulink</i>	35
4.3	Hasil <i>respons</i> kedua <i>gimbal</i> tanpa sistem kendali pada <i>simulink</i>	35
4.4	Hasil <i>respons</i> pendulum dua giroskopik terhadap <i>disturbance</i>	36
4.5	Hasil <i>respons gimbal</i> dua giroskopik terhadap <i>disturbance</i>	37
4.6	Hasil <i>respons</i> kecepatan sudut <i>gimbal</i> terhadap <i>disturbance</i>	38
4.7	Hasil <i>input</i> $u_1$ dan $u_2$ torsi <i>gimbal</i> terhadap <i>disturbance</i>	39
4.8	Analisa <i>Root locus</i> dari sistem <i>inverted pendulum</i> (1)	40
4.9	Analisa <i>Root locus</i> dari sistem <i>inverted pendulum</i> (2)	41
4.10	Grafik <i>input</i> sistem kendali <i>LQG</i> dengan menggunakan lima <i>state vector</i>	44
4.11	Grafik <i>respon</i> sistem kendali <i>LQG</i> dengan menggunakan lima <i>state vector</i>	45
4.12	Grafik <i>input</i> sistem kendali <i>LQG</i> dengan menggunakan empat <i>state vector</i>	47
4.13	Grafik <i>respon</i> sistem kendali <i>LQG</i> dengan menggunakan empat <i>state vector</i>	48
4.14	Grafik <i>input</i> sistem kendali <i>LQG</i> dengan menggunakan tiga <i>state vector</i>	49
4.15	Grafik <i>respon</i> sistem kendali <i>LQG</i> dengan menggunakan tiga <i>state vector</i>	50
4.16	<i>Noise</i> Proses	51

4.17	<i>Noise Sensor</i>	52
4.18	Hasil <i>respon</i> sudut pendulum dengan <i>kalman filter</i>	52
4.19	Hasil <i>respon</i> posisi <i>gimbal</i> dengan <i>kalman filter</i>	53
4.20	Sistem open-loop <i>inverted pendulum</i>	53
4.21	Sistem Close-loop <i>inverted pendulum</i>	54



## DAFTAR TABEL

1.1	<i>Perkembangan jumlah kendaraan bermotor dirinci menurut jenisnya, tahun 2012-2015 (unit) (BPS, 2016)</i>	1
3.1	Parameter <i>inverted pendulum</i> Statis	21
3.2	Parameter <i>Inverted Pendulum</i>	25



## DAFTAR SIMBOL

Parameter	Symbol	Unit
Body mass	$m_B$	$kg$
Gyro-cage mass	$m_G$	$kg$
Gyro-flywheel mass	$m_F$	$kg$
height Body of COG	$h_B$	$m$
height Gyro-cage of COG	$h_G$	$m$
height Gyro-flywheel of COG	$h_F$	$m$
Body inertia	$[I_{Bx}, I_{By}, I_{Bz}]$	$kg \cdot m^2$
Gyro-cage inertia	$[I_{Gx}, I_{Gy}, I_{Gz}]$	$kg \cdot m^2$
Gyro-flywheel inertia	$[I_{Fx}, I_{Fy}, I_{Fz}]$	$kg \cdot m^2$
Gravity constant	$g$	$m/s^2$
roll rate of the inverted pendulum	$\omega_B$	$rad/s$
precession rate of the gyroscope	$\omega_G$	$rad/s$
angular velocity of the gyroscope	$\omega_F$	$rad/s$
roll angle of the inverted pendulum	$\phi$	$degrees$
roll rate	$\dot{\phi}$	$rad/s$
acceleration in the x-axis of inverted pendulum	$\ddot{\phi}$	$m/s^2$
precession angle of the inverted pendulum	$\alpha$	$degrees$
precession rate	$\dot{\alpha}$	$rad/s$
acceleration in the y-axis of inverted pendulum	$\ddot{\alpha}$	$m/s^2$
angular displacement in the z-axis of inverted pendulum	$\theta$	$degrees$
Flywheel spin velocity	$\dot{\theta}$	$rpm$
acceleration in the z-axis of inverted pendulum	$\ddot{\theta}$	$m/s^2$
Moment of inertia	$J$	$kg \cdot m^2$
Damping Coefficient	$\gamma$	$N \cdot m \cdot rad/s$
Gyro Torque	$\tau_{gyro}$	$N.m$
Aangular Momentum	$M_f$	$kg.m^2/s$
Disturbance	$F_d$	$Newton$
Torque <i>input</i>	$M_u$	$N.m$
Total Kinetic Energy	$T$	$Joule$
Total Potential Energy	$V$	$Joule$
State Vektor	$x_n, \dot{x}_n, \hat{x}_n$	—

*(halaman ini sengaja dikosongkan)*

# Bab 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Permasalahan kemacetan dan parkir yang disebabkan oleh makin banyaknya mobil membuat ketidaknyamanan bagi penduduk perkotaan. Terlebih lagi permasalahan polusi dan efeknya terhadap lingkungan sehingga makin banyak usaha untuk membuat kendaraan dengan spesifikasi sebagai kendaraan pintar (*smart vehicle*), kendaraan dengan lebar kendaraan yang sempit (*narrow vehicle*) dan kendaraan yang ramah lingkungan (*green vehicle*) (Mitchell, 2008) di Indonesia. Sepeda motor merupakan moda transportasi yang umum digunakan, hal ini dikarenakan ukuran sepeda motor yang lebih kecil dan berat yang lebih ringan dibandingkan dengan mobil, sehingga memiliki kelebihan dalam hal manuver dan efisiensi. Jumlah pertumbuhan sepeda motor di Indonesia paling banyak dibandingkan moda transportasi yang lain, seperti ditunjukkan pada Tabel 1.1 Akan tetapi, sepeda motor juga merupakan moda transportasi darat dengan tingkat kecelakaan yang tinggi. Jumlah kecelakaan dengan sepeda motor hampir 70% dari total kecelakaan yang terjadi di jalan raya Dephub (2017). Resiko kematian perjalanan dengan sepeda motor diperkirakan 30 kali lebih tinggi dibandingkan dengan mobil penumpang lainnya (Nishitatenno and Burke, 2014).

Tabel 1.1: *Perkembangan jumlah kendaraan bermotor dirinci menurut jenisnya, tahun 2012-2015 (unit)* (BPS, 2016)

Jenis Kendaraan	2012	2013	2014	2015
Mobil	10.432.259	11.484.514	12.599.038	13.480.973
Bis	2.273.821	2.286.309	2.398.846	2.420.917
Mobil Barang	5.286.061	5.615.494	6.235.136	6.611.028
Sepeda Motor	76.381.183	84.732.652	92.976.240	98.881.267
<b>Jumlah</b>	<b>94.373.324</b>	<b>104.118.969</b>	<b>114.209.260</b>	<b>121.394.185</b>

Keselamatan berkendara sudah menjadi perhatian global dan pada tahun 2010 PBB telah mendeklarasikan Decade of Action (DoA) for Road Safety 2012 – 2020 dengan tujuan untuk mengendalikan dan mengurangi tingkat korban kecelakaan lalu lintas jalan secara global. Sejalan dengan deklarasi PBB tersebut program pemerin-

tah Indonesia untuk mengurangi jumlah dan korban kecelakaan lalu lintas adalah dengan menegakkan 5 pilar keselamatan berlalu lintas yaitu:

1. Manajemen Keselamatan Jalan (Road Safety Management)
2. Infrastruktur (Infrastructure /Safer Road)
3. Kendaraan yang Lebih Menjamin Keselamatan (Safer Vehicle)
4. Perilaku Pengguna Jalan (Road Users Behaviour)
5. Penanganan Pasca Kecelakaan (Post Crash Care)

Dari lima pilar tersebut, target untuk pilar ketiga adalah peningkatan teknologi keselamatan kendaraan, baik untuk keselamatan pasif maupun aktif, melalui kombinasi, harmonisasi standar global yang relevan. Target untuk pilar ketiga ini juga yang menjadi target dari penelitian ini.

Dalam hal keselamatan berkendara, karakteristik sepeda motor yang menyerupai sistem *inverted pendulum* (Jin dkk, 2015) menjadikannya rentan untuk terguling, khususnya saat diam dan roda kehilangan daya cengkram terhadap jalan. Penelitian tentang pengendalian sistem *inverted pendulum* sudah banyak dilakukan. Akan tetapi sistem aktuasi yang banyak dipakai pada sistem *inverted pendulum* adalah dengan memberi *input* gaya atau torsi dari pondasi yang diam atau melalui kereta yang bergerak. Metode ini tidak bisa dipakai untuk menyeimbangkan sistem sepeda motor. Salah satu metoda aktuasi yang dapat digunakan adalah dengan menggunakan *Control Moment Gyroscope*.

## 1.2 Rumusan Permasalahan

Berdasarkan latar belakang di atas, dapat dirumuskan beberapa permasalahan sebagai berikut:

1. Belum adanya model fisik dari *inverted pendulum* dengan giroskop
2. Bagaimana menyeimbangkan *inverted pendulum* dengan menggunakan penyeimbang *Control Moment Gyroscope* ?
3. Bagaimana dinamika gyroscopic *inverted pendulum* dengan dua *flywheel* menggunakan sistem kendali *LQR* dan *LQG* ?

### 1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Membuat model fisik dari *inverted pendulum* dengan giroskop menggunakan *simscape-multibody*.
2. Menyeimbangkan *inverted pendulum* dengan menggunakan penyeimbang CMG.
3. Mengetahui dinamika gyroscopic *inverted pendulum* dengan dua *flywheel* menggunakan sistem kendali *LQR* dan *LQG*.

### 1.4 Batasan Masalah

Memperjelas ruang lingkup penelitian ini maka diberikan batasan masalah antara lain:

1. Dimensi dan parameter setiap bagian *inverted pendulum* didasarkan pada data model 3D dalam software Autodesk Inventor
2. Sistem stabilisasi *inverted pendulum* yang digunakan menggunakan prinsip *control moment gyroscope* yang menggunakan sistem kendali *LQR* dan *LQG*
3. Stabilitas penelitian hanya pada sudut *rolling inverted pendulum*

### 1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Penelitian yang dilakukan dapat digunakan sebagai referensi penelitian berikutnya untuk mengetahui pengaruh lainnya terhadap kecepatan *angular* giroskop maupun *gyroscopic stabilizer*.
2. Analisis ini dapat digunakan sebagai acuan dalam menerapkan sistem CMG pada kendaraan roda dua sebagai *stabilizer*.
3. Mengembangkan teknologi *stabilizer* yang dapat digunakan untuk meningkatkan stabilitas kendaraan.

*(halaman ini sengaja dikosongkan)*

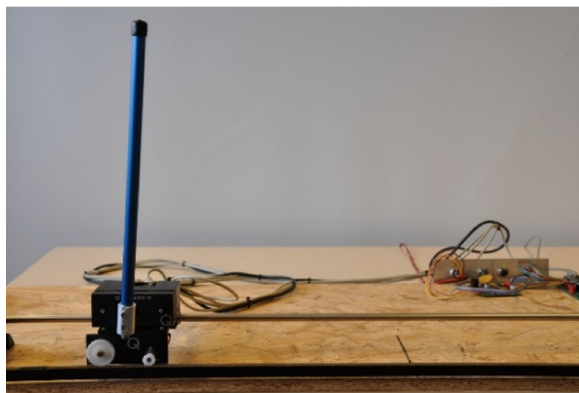


## Bab 2

# KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI

### 2.1 Deskripsi Riset (State of The Art)

Aspek terpenting dari kesetimbangan sepeda motor adalah kemungkinan hilangnya kesetimbangan (ekuilibrium) vertikal dan masalah ini sangat mirip dengan masalah klasik dalam teori pengendalian yaitu kestabilan *inverted pendulum*. Sistem *inverted pendulum* merupakan sistem multivariabel yang nonlinier dan tidak setimbang. Hal tersebut menjadikan sistem ini banyak dipakai sebagai platform untuk penelitian maupun verifikasi dari banyak teori pengendalian. Ada beberapa variasi sistem *inverted pendulum*, seperti *inverted pendulum* dengan satu link (Polo dkk, 2012) (Olivares and Albertos, 2014) (Yue dkk, 2016), dua link (Yi dkk, 2001) (Woodham and Su, 2002), tiga link (Farwig and Unbehauen, 1990), rotary *inverted pendulum* (Pujol and Acho, 2010) (Ordaz and Poznyak, 2016) (Escolástico dkk, 2016), bi-axial *inverted pendulum* (Ordaz and Poznyak, 2009), *inverted pendulum* dengan roda inersia (Iriarte dkk, 2013) (Mayr dkk, 2015) dan *inverted pendulum* dengan giroskop (Jin dkk, 2015). Selain *inverted pendulum* dengan roda inersia dan giroskop, sistem penyeimbang *inverted pendulum* umumnya menggunakan *input* gaya atau torsi dari pondasi yang diam atau kereta (cart) yang bergerak, sehingga sistem ini hanya bisa setimbang jika di hubungkan dengan *platform* mekanik lain, seperti ditunjukkan pada Gambar 2.1 Contoh aplikasi dari sistem pengendalian *inverted pendulum* adalah pada kendaraan personal dua roda *Segway*, seperti ditunjukkan pada Gambar 2.2



Gambar 2.1: *Inverted pendulum* dengan sistem aktuasi gerak dari kereta.



Gambar 2.2: Kendaraan personal dua roda *Segway*.



Gambar 2.3: *Honda UX-3*

Sistem penyeimbang yang memungkinkan untuk digunakan pada sepeda motor adalah jenis penyeimbang dengan roda inersia dan *Control Moment Gyroscope* (Yue dkk, 2016). Roda inersia banyak dipakai untuk mengendalikan keseimbangan pada unicycle robot (Lee dkk, 2013) (Han and Lee, 2015). Metode pengendalian dengan roda inersia adalah dengan mengendalikan percepatan dan perlambatan putaran roda inersia, sehingga menghasilkan torsi yang digunakan untuk melawan torsi akibat gravitasi. Penelitian terkait unicycle robot sudah mulai sejak tahun 1980an di Jepang dan di USA. Honda UX-3 (seperti ditunjukkan pada Gambar 2.3) merupakan salah satu contoh unicycle yang dibuat oleh divisi riset Honda, selain unicycle robot divisi riset Honda juga melakukan penelitian untuk membuat sepeda motor dengan kemampuan *self-balancing* dengan teknologi yang dinamakan dengan Honda Riding Assist, seperti ditunjukkan pada Gambar 2.4

Kekurangan dari metode penyeimbang dengan roda inersia adalah kebutuhan akan kemampuan motor penggerak dengan spesifikasi yang tinggi dibandingkan dengan sistem pendulum roda inersia, perangkat stabilisasi giroskopik lebih efisien, lebih stabil dan kemampuan anti-interferensi yang lebih baik (Jin dkk, 2015). Ber-



Gambar 2.4: *Honda Riding Assist*

dasarkan hukum kekekalan momentum sudut, massa (rotor) yang berputar dengan kecepatan tinggi akan memberikan resistansi yang besar terhadap gangguan (interferensi) pada spin axis. Metode pengendalian keseimbangan ini dikenal dengan nama *Control Moment Gyroscope (CMG)*.

CMG adalah perangkat penyimpanan momentum (generator torsi) yang banyak digunakan untuk mengendalikan ketinggian pesawat ruang angkasa dan pengendalian stabilitas rolling pada kapal laut. Salah satu metode kendali yang digunakan untuk mengendalikan CMG adalah metode *Linear Parameter Varying (LPV)* (Hoffmann and Werner, 2015) (Abbas dkk, 2014). Pada metode ini sistem CMG yang tidak linear, dilinearkan terlebih dahulu untuk memperoleh model linier dengan titik operasi bergerak yang kemudian digunakan untuk membangun model LPV. Model LPV yang didapatkan kemudian digunakan untuk mendesain *control system* jenis *state-feedback*. Kelebihan penggunaan metode ini tidak hanya mempertimbangkan ketidaklinearan dari sistem tapi juga memungkinkan menggunakan *control system* optimal  $H_{\infty}$  dan diperoleh permasalahan optimasi yang *complex* dengan menggunakan metode *Linear Matrix Inequality (LMI)*.

## 2.2 Control Moment Gyroscope

Gambar 2.5 adalah contoh giroskop sederhana dengan adanya dua hal yang terpenting untuk efek gyroscopic yang dapat diamati. Salah satunya adalah bahwa giroskop berputar disekitar sumbu-z dan yang kedua adalah bahwa torsi eksternal diterapkan untuk memutar salah satu dari dua sumbu tegak lurus lainnya. Berdasarkan Gambar 2.5, dianggap bahwa *flywheel* di dalam giroskop berputar di sekitar

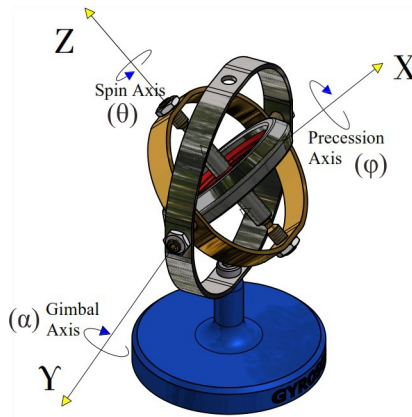
sumbu-z dengan kecepatan putaran  $\omega_z = \dot{\theta}$ . Menurut hukum kedua *Newton*, momentum sudut yang dibuat oleh putaran giroskop akan ditulis melalui persamaan:

$$M_f = I_G \cdot \dot{\theta} \quad (2.1)$$

dimana notasi  $I_G$  adalah momen inersia *flywheel* giroskopik di sekitar sumbu-z. Gambar 2.5 menunjukkan bahwa sumbu presesi berada pada sumbu  $y$ , kemudian akan diterapkan  $\tau_{control}$  untuk memutar sudut presisi giroskop di sekitar sumbu  $y$ . Berdasarkan hukum *Newton* ketiga, kita tahu bahwa setiap tindakan memiliki reaksinya dan oleh karena itu giroskop mencoba untuk menahan *disturbance* torsi yang diterapkan pada sistem. Hasil dari reaksi ini adalah torsi *roll-opposing* ( $\tau_{prec}$ ) yang mencoba memutar giroskop dalam arah berlawanan dengan kecepatan sudut  $\omega_y = \dot{\alpha}$ . Besarnya *output* torsi giroskopik  $\tau_{gyro}$  yang dihasilkan dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\tau_{gyro} = M_f \times \dot{\alpha} \quad (2.2)$$

*Flywheel* harus berputar pada sumbunya untuk mengetahui efek presesi yang disebabkan oleh laju perubahan momentum sudut dan diberikan putaran pada koordinat *gimbal* dengan memberi torsi eksternal. Perputaran ini mengakibatkan terjadinya perputaran lain yang secara simultan terjadi pada sumbu yang tegak lurus sumbu putar *flywheel* dan sumbu putar *gimbal*. Perlu diperhatikan bahwa torsi presesi ini diakibatkan oleh laju perubahan momentum sudut, sehingga dapat dikatakan bahwa torsi presesi hanya akan terjadi pada *flywheel* yang telah diaplikasikan *gimbal* dengan nilai  $|\omega_y = \dot{\alpha}| > 0$ .



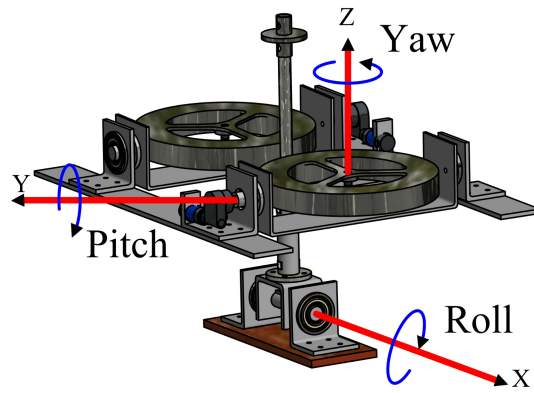
Gambar 2.5: *Control Moment Gyroscope*

Jika diterapkan  $\alpha$  untuk menjadi sudut presesi giroskop, maka persamaan dapat dinyatakan menjadi  $\omega_y = d\alpha/dt$ . Oleh karena itu, keseimbangan torsi yang dihasilkan

oleh giroskop dapat ditulis melalui persamaan:

$$\tau_{stab} = I_G \cdot \omega_z \cdot \frac{d\alpha}{dt} \cos(\alpha) \quad (2.3)$$

dimana  $\alpha = 90^\circ$  *balanching torque* sehubungan dengan *roll-axis* adalah nol, oleh karena itu penelitian kali ini hanya membahas stabilisasi gyroscopic dalam beberapa batas presesi, misalnya:  $\pm 60^\circ$ . Jika kita mengambil mekanisme gyroscopic yang disebutkan di atas dan menempatkannya di atas *inverted pendulum* seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.6, dengan menerapkan torsi giroskop maka dapat mengontrol *roll-stabilize* pada orientasi x-axis untuk *inverted pendulum*.



Gambar 2.6: *Control gyroscopic pada sistem inverted pendulum*

Secara umum, besar dari torsi presesi atau torsi giroskopik ini bergantung pada nilai kecepatan sudut *gimbal* dan juga kecepatan sudut *flywheel*, sehingga ada empat parameter yang menjadi perhatian pada penelitian ini:

1. massa *flywheel* giroskopik ( $m_G$ ),
2. radius *flywheel* giroskopik ( $R_G$ ),
3. kecepatan berputar *flywheel* ( $\dot{\theta}$ ),
4. *precession rate* ( $\dot{\alpha}$ ),

Ada dua point yang terpenting seperti putaran *flywheel* ( $\dot{\theta}$ ) dan *precession rate* ( $\dot{\alpha}$ ) yang sangat tergantung pada seberapa banyak kekuatan yang bisa kita berikan kepada giroskop. Dalam penelitian ini penulis akan bekerja dengan dua jenis aktuator, yang pertama adalah motor DC yang bertanggung jawab untuk memutar *gyro-gimbal*, dan yang kedua adalah motor DC *Brushless* yang bertanggung jawab untuk memutar *gyro-flywheel*. Kekuatan yang dapat dihasilkan untuk sistem ditentukan

dari karakteristik kedua aktuator tersebut. Ukuran dan berat *flywheel* dibatasi dari dimensi *inverted pendulum* yang ingin dipasang, untuk massa dan radius *flywheel* yang lebih besar menghasilkan *balancing torque* yang lebih besar.

## 2.3 Kendali Optimal

Kendali Optimal adalah suatu kendali yang menggunakan batasan-batasan optimasi dengan pendekatan geometri atau aljabar, sehingga nantinya akan didapatkan kendali yang optimal. Pendekatan desain kendali pada beberapa teori kendali adalah dengan *state feedback* dan *estimator/observer* yang sistemnya dibangun dengan pemodelan *state-space*. Tujuan dari teori kendali optimal adalah untuk menentukan sinyal kendali yang akan menghasilkan proses sesuai dengan batasan spesifikasi fisik dari sistem (plant) dan pada saat bersamaan akan meminimumkan/memaksimumkan beberapa kriteria performansi. Terdapat beberapa proses yang harus ditentukan pada saat mendesain sistem dengan kendali optimal yaitu: sistem (plant), indeks performa, dan *constraints* (Susanto dkk, 2015).

### 2.3.1 Linear Time Invariant System

*Discrete time system* adalah sistem yang dicirikan sebagai *linear time-invariant* (LTI) dimana sistem memiliki sifat *linearity* dan *time-invariance*.

#### 2.3.1.1 Linearity

Linearitas terdiri dari *homogeneity* dan *superposition*. Jika kita mengasumsikan bahwa  $y_1[k]$  dan  $y_2[k]$  adalah *output* dari sistem  $S$ , maka *input* sistem  $S$  adalah  $u_1[k]$  dan  $u_2[k]$ , sehingga persamaan linear sistem  $S$  dapat ditulis seperti berikut ini:

$$Sa_1u_1[k] + a_2u_2[k] = a_1Su_1[k] + a_2Su_2[k] = a_1y_1[k] + a_2y_2[k] \quad (2.4)$$

#### 2.3.1.2 Time-Invariance

Mengingat bahwa  $y[k] = Su[k]$ , Sistem  $S$  adalah *time-invariant* jika mengikuti *time-shift invariance property* seperti persamaan berikut ini:

$$y[k - N] = Su[k - N],$$

dimana  $N$  adalah semua bilangan bulat.

### 2.3.2 Impulse Response and Convolution

Perilaku sistem LTI yang mana dijelaskan oleh Persamaan 2.5

$$y[k] = x[k] * C[k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot C[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[n-k] \cdot C[k] \quad (2.5)$$

dimana  $C[n]$  adalah *impulse response* dari sistem dan  $(*)$  menunjukkan *convolution operator*. *Transfer function* dari sistem adalah transformasi *Z-transform* dari *impulse response*, sehingga kita bisa dapatkan:

$$C(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C[m]z^{-m} \quad (2.6)$$

*convolution* yang memberikan *output* dari sistem dapat diubah menjadi perkalian dalam *transform domain*, sehingga Persamaan 2.5 akan menjadi:

$$y[k] = x[k] * C[k] = Z^{-1} \{X(z) \cdot C(z)\} \quad (2.7)$$

### 2.3.3 State Space Model

Semua sistem dapat dinyatakan dengan persamaan diferensial. *State variable* mewakili seluruh *system state* pada waktu tertentu. Jumlah minimum *state variabel* yang diperlukan untuk mewakili suatu sistem biasanya sama dengan urutan pendefinisian sistem persamaan diferensial. *Control system* yang kompleks dengan *output* dan *input* sistem yang lebih dari satu atau sering disebut *Multi Input Multi Output* (MIMO), menggunakan *state space* sebagai gambaran dari sistem modelnya. Persamaan *state space* terdiri dari *input*, *state*, dan *ouput*, adapun persamaannya adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (2.8)$$

dimana  $x$  adalah *state vector*,  $\dot{x}$  adalah penurunan derivative dari *state vector* terhadap waktu,  $y$  adalah *output vector*,  $u$  adalah *input* atau *control vector*,  $A$  adalah matriks sistem,  $B$  adalah matriks *input*,  $C$  adalah matriks *output* dan  $D$  adalah matriks *feedforward*. Solusi dari sistem yang disebutkan di atas diberikan beberapa kondisi awal  $x[0]$  diberikan oleh Persamaan:

$$x[k] = A^k x[0] + \sum_{j=0}^{k-1} A^{k-j-1} Bu[j] \quad (2.9)$$

## 2.3.4 Stability

Stabilitas adalah salah satu sifat paling penting dari *dynamic systems*. Ada beberapa kemungkinan definisi *stability*, sebagian besar dari *stability* melibatkan pengaruh *equilibrium point* untuk sistem yang diatur dari persamaan *state*,

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), v(t), t) \quad (2.10)$$

Suatu titik  $x_e$  dikatakan sebagai *equilibrium point* jika state  $x_e$  berada pada kondisi dimana inisial waktu  $t_0$  dan kondisi tidak adanya *inputs* atau *disturbances*, ini artinya bahwa  $0 = f(x_e, 0, 0, t)$  untuk  $t \geq t_0$ , dengan kata lain jika sistem diposisikan pada *equilibrium point*, maka sistem akan tetap stabil jika tidak dipengaruhi oleh *inputs* atau *disturbances*. State  $x_e$  adalah titik *stable equilibrium* pada saat waktu  $t = t_0$  jika adanya nilai yang diberikan  $\epsilon > 0$  terdapat nilai  $\delta(\epsilon, t_0)$  jika seperti nilai:

$$\|x(t_0) - x_e\| < \delta \text{ maka } \|x(t) - x_e\| < \epsilon \quad (2.11)$$

dimana semua waktu  $t \geq t_0$ . State  $x_e$  adalah titik *equilibrium asymptotically stable* pada saat  $t = t_0$  jika adanya nilai yang diberikan  $\delta(t_0)$  seperti pada persamaan:

$$\|x[t_0] - x_e\| < \delta_1 \text{ maka } \lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t) - x_e\| = 0 \quad (2.12)$$

Sistem *linear time invariant* (LTI) yang memiliki bentuk *state space* yang dijelaskan dalam Persamaan 2.8 adalah *asymptotically stable* jika dan hanya jika,  $|\lambda_i(A)| < 1$ ,  $i = 1, \dots, n$ , dimana  $n$  adalah panjang dari *state vector* dan  $\lambda_i$  menunjukkan *eigenvalues* dari sistem yang dapat dihitung dari *characteristic polynomial*, sehingga  $\det(A - \lambda I) = 0$ . Secara umum *eigenvalues* dari *transition-matrix* bertepatan dengan *pole* dari *transfer function*.

### 2.3.4.1 Controllability

Sistem yang dinyatakan 2.8 disebut *controllable* pada saat  $t = t_0$  jika dapat ditentukan sinyal pengendalian tanpa kendala yang akan memindahkan suatu keadaan awal ke keadaan akhir sembarang dalam selang waktu terhingga  $t_0 \leq t \leq t_1$ . Jika setiap keadaan sistem terkendali, maka sistem dikatakan terkendali sempurna. Konsep *controllability* menunjukkan kemampuan untuk memindahkan sistem di sekitar keseluruhan ruang konfigurasi dengan menggunakan manipulasi tertentu yang dapat diterima. Definisi yang tepat sedikit berbeda dalam kerangka kerja atau jenis model yang diterapkan. Sistem  $n^{th}$ -order yang dijelaskan oleh Persamaan 2.8



adalah *controllable* jika dan hanya jika *controllability matrix* ( $C_d$ ), dijelaskan oleh Persamaan 2.13,

$$C_d(A, B) = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (2.13)$$

#### 2.3.4.2 Observability

Suatu keadaan dikatakan dapat diamati (*observability*) jika setiap keadaan awal dari  $x(0)$  dapat digunakan untuk pengamatan keluaran  $y(t)$  selama selang waktu tertentu. Sistem tersebut dikatakan *observability* jika dan hanya jika terdapat waktu  $T$  sedemikian hingga dapat ditentukan state awal  $x(0)$  dari hasil pengamatan  $y(t)$  pada selang waktu  $T$ , dengan memberikan sinyal  $u(t)$ . Ada cara yang mudah untuk menguji *system state* melalui *observability matrix* ( $\mathcal{O}_d$ ). Sistem  $n^{th}$ -order dapat diketahui *observable* atau bukan melalui pengecekan nilai *observability matrix*  $\mathcal{O}_d$ , dengan Persamaan 2.14,

$$\mathcal{O}_d(A, C) = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

### 2.3.5 Linear quadratic regulator (LQR)

Konsep sistem kendali optimal menggunakan metode *Linear Quadratic Regulator* (LQR) adalah sistem kontrol optimal memerlukan adanya suatu kriteria optimasi yang dapat meminimumkan hasil pengukuran dengan deviasi perilaku sistem terhadap perilaku idealnya. Pengukuran tersebut dilakukan dengan menentukan indeks performansi, yang merupakan suatu fungsi dari suatu harga yang dapat dianggap menunjukkan seberapa besar kinerja sistem yang sesungguhnya sesuai dengan kinerja yang diinginkan. Indeks performansi merupakan tolak ukur suatu sistem kontrol optimal. Sistem akan optimal bila nilai indeks performansinya adalah minimum.

#### 2.3.5.1 Teori Regulator Optimal

Beberapa proses variabel yang dikontrol akan mengalami deviasi karena adanya *disturbance*. *Regulator* kontrol dirancang untuk melakukan kompensasi terhadap

*disturbance*. *Linear Quadratic Control* merupakan salah satu metode dalam perancangan sistem kontrol optimal. *Plant* diasumsikan bersifat sistem non-linier, dalam bentuk *State space*, dan fungsi obyektif adalah fungsi kuadrat dari keadaan *plant* dan *control input signal*. Kelebihan penggunaan formula *Linear Quadratic* adalah pada kemudahan analisa dan pengimplementasiannya. Beberapa masalah yang biasa diselesaikan dengan metode ini adalah masalah minimisasi waktu, minimisasi energi, dan lain-lain.

$$\begin{aligned}
 J &= \int_0^{\infty} [e^2] dt \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [x^T Q x + u^T R u] dt
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Pengendali deterministik membutuhkan *state variabel* secara lengkap untuk membangkitkan *optimum control signal* dengan cara meminimumkan suatu fungsi yang disebut *cost function*. Permasalahannya adalah bagaimana meminimumkan suatu *cost function* ( $J$ ). Hal ini dikenal dengan permasalahan optimasi sistem dengan *linear quadratic regulator (LQR)* adalah dengan menentukan sinyal masukan yang akan memindahkan suatu *state* sistem linier dari kondisi awal  $x(t_0)$  menuju ke suatu kondisi akhir  $x(t)$  yang meminimumkan suatu indeks unjuk kerja performansi kuadratis. *Cost functional* yang dimaksud adalah waktu integral dari bentuk kuadratis pada *state vektor* ( $x$ ) dan *input vector* ( $u$ ) seperti pada persamaan 2.15 dimana  $Q$  adalah matriks simetris, semi definit positif, real ( $Q > 0$ ) dan  $R$  adalah matrik simetris, definit positif, real ( $R > 0$ ) sedangkan  $J$  merupakan representasi dari jumlah energi atau sinyal kontrol. Dengan persamaan seperti diatas, variasi parameter dari masalah perancangan *LQR* dapat ditentukan, juga untuk kondisi akhir, yang mungkin dapat berpengaruh pada *cost function*.

Prinsip penggunaan metode *LQR* adalah memperoleh sinyal kendali optimal dari *state feedback*  $u = (-k) \cdot (x)$ , Matrik umpan balik ( $k$ ) diperoleh dengan memecahkan *Riccati equations*. Salah satu kendala penggunaan metode *LQR* adalah pemecahan *Riccati equations* yang tidak mudah jika diselesaikan secara manual, karenanya dibutuhkan bantuan komputer, dalam hal ini dengan menggunakan program *MatLab*.

### 2.3.5.2 Controller Algebraic Ricatti Equations (CARE)

Sistem linier, *time-invariant*, dapat diturunkan menggunakan *Algebraic Riccati equation* untuk mencari solusi optimal sebagai berikut:

- Hamiltonian:  $H = \frac{1}{2} (x^T Q x + u^T R u) + \lambda^T (A x + B u)$
- Kondisi optimal:  $\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \Rightarrow u = -R^{-1} B^T \lambda$
- Persamaan *state*:  $\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} = A x + B u$
- Persamaan *costate*:  $\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial x} = -(Q x + A^T \lambda)$

Persamaan differensial diatas membentuk nilai syarat batas, karena kondisi pencampuran syarat batas tersebut, maka persamaan tersebut untuk diselesaikan secara numerik, dengan mensubstitusikan persamaan sistem kendali optimal ke dalam persamaan *state*, kita dapatkan:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -B R^{-1} B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

dimana  $H$  disebut matriks Hamiltonian dan sangat berperan penting dalam teori *LQR*, dengan menggunakan substitusi  $\lambda(t) = P(t) \cdot x(t)$ , kemudian dilakukan diferensiasi pada kedua ruas diperoleh:

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{dP}{dt} x + P \frac{dx}{dt} = \frac{dP}{dt} x + P A x - P B R^{-1} B^T P x = -Q x - A^T P x \quad (2.17)$$

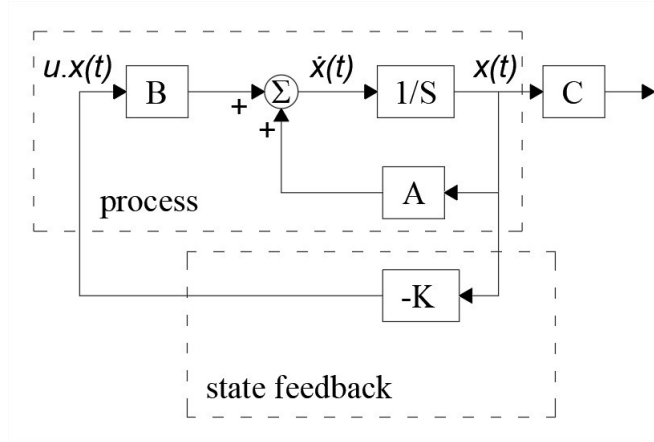
Persamaan 2.17 harus dapat memenuhi untuk semua nilai  $x$ . Syarat cukup untuk kontrol optimal matriks  $P$  harus memenuhi:

$$\frac{dP}{dt} = A^T P + P A + Q - P B R^{-1} B^T P = 0 \quad (2.18)$$

Persamaan 2.18 dikenal sebagai *Riccati Equation* yang merupakan persamaan differensial orde pertama yang bersifat non linier. Formulasi dan solusi masalah *LQR* pada waktu berhingga (*finite*), dengan nilai *state feedback* dapat ditulis dengan persamaan 2.19

$$K(t) = R^{-1} B^T P \quad (2.19)$$

dimana syarat matriks  $A$  dan  $B$ , *controllable* dan *observable*. Blok diagram system kontrol optimal dengan nilai *state feedback* dapat dilihat pada Gambar 2.7



Gambar 2.7: LQR controller diagram

### 2.3.6 Linear quadratic gaussian (LQG)

Metode *Linear Quadratic Gaussian* (*LQG*) adalah pengembangan dari metode sebelumnya yaitu *LQR*, sehingga hampir sama antara keduanya. Perbedaan diantara keduanya adalah pada jumlah *state* yang digunakan sebagai *feedback*. *LQG* tersusun dari dua struktur utama yaitu: sistem/*plant* dan *observer/estimator*, sehingga *LQG* sebenarnya adalah kendali *LQR* yang terdapat struktur *observer* (Kristiadi, 2014).

#### 2.3.6.1 LQG dalam continuous time

Pertimbangkan sistem dinamis linear waktu kontinu yang dituliskan dalam persamaan 2.20

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Bw \quad (\text{state equation}) \\ y &= Cx + v \quad (\text{measurement equation}) \end{aligned} \quad (2.20)$$

dimana  $u$  adalah *input* sistem,  $w$  adalah *white process noise*, dan  $v$  adalah *white measurement noise*.

$$E(w) = E(v) = 0, E(ww^T) = Q_n, E(vv^T) = R_n, E(wv^T) = N \quad (2.21)$$

Membangun estimasi *state*  $\hat{x}$  yang meminimalkan kovarian *steady-state error*, dengan persamaan:

$$P = \lim_{t \rightarrow \infty} E \left( \{x - \hat{x}\} \{x - \hat{x}\}^T \right) \quad (2.22)$$

Sistem kendali  $LQG$  menggabungkan *linear quadratic estimator* atau disebut juga *Kalman filter* dengan *linear quadratic regulator* ( $LQR$ ) sebagaimana diselesaikan oleh persamaan 2.23

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}) \\ \hat{y} &= C\hat{x} + Du\end{aligned}\quad (2.23)$$

dimana matriks  $L(t)$  disebut *gain observer* dari *kalman filter*. Fungsi *kalman filter* ini adalah untuk mengestimasi nilai seluruh *state variable* yang tidak diumpan balikkan pada *output*. *Kalman filter* juga mampu mengestimasi nilai *state variable* meskipun *plant* dari sistem mengalami *distrubance*  $w(t)$  serta *output variable* yang disensor memiliki *noise*  $v(t)$  nilai error dari nilai *state*  $x(t)$  sebenarnya dan nilai estimasi *state*  $\hat{x}(t)$ .

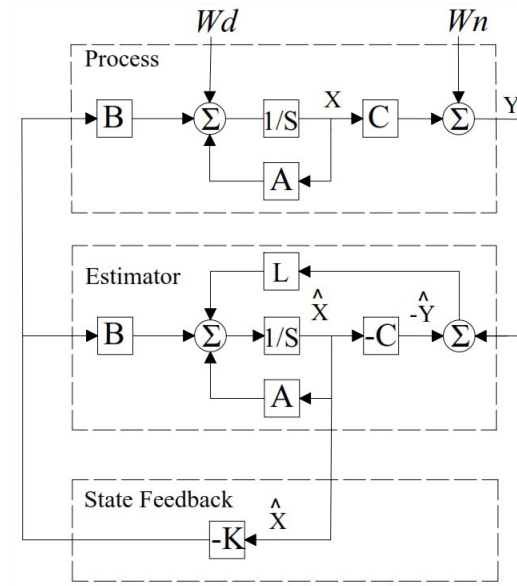
dimana *gain observer*  $L(t)$  didapatkan dengan *Algebraic Riccati equation* sebagai berikut:

$$\frac{dP}{dt} = AP + PA^T - AC^T R^{-1} CP + Q \quad (2.24)$$

dimana formulasi *gain observer*  $L(t)$

$$L(t) = (PC^T + N)R^{-1} \quad (2.25)$$

Gambar 2.8 menunjukkan diagram dari  $LQG$ .



Gambar 2.8: LQG controller diagram

*(halaman ini sengaja dikosongkan)*

## Bab 3

# METODE PENELITIAN

Penulisan penelitian pada bab ini bertujuan untuk menjelaskan tahapan dari penelitian yang dilakukan yaitu pemodelan matematis, pemodelan tiga dimensi, menentukan parameter-parameter yang digunakan, dan tahapan perancangan sistem kendali untuk kemudian didapatkan hasil yang dapat dianalisa di tahapan berikutnya.

### 3.1 Model *Inverted Pendulum* Secara Umum

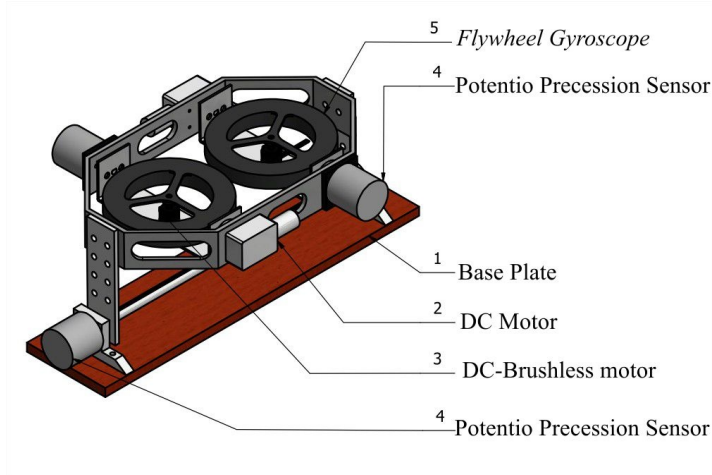
Model umum *inverted pendulum* seperti ditunjukkan pada Gambar 3.1, memiliki dasar mekanik *inverted pendulum* yang terdiri dari *part* seperti berikut ini:

- (i) *Base plate* dari *inverted pendulum*
- (ii) Mekanik *flywheel gyroscopes*
- (iii) DC motors untuk memutar *gimbal gyroscopes*
- (iv) DC-*brushless* motors untuk memutar *flywheel gyroscopes*
- (vi) Rotary encoder/potensio untuk mengukur sudut presisi dari *gyroscopes*

Mengingat dinamika dan ukuran *inverted pendulum*, untuk itu diperkirakan torsi penyeimbangan yang diperlukan untuk menstabilkan *inverted pendulum*. Sistem bisa dibuat dengan dua cara yaitu bisa menggunakan dengan satu atau dua *flywheel giroskop*. Pertimbangan dalam penelitian ini lebih memilih menggunakan dua *flywheel gyroscopes* daripada satu karena untuk mendapatkan *mass properties* sehingga menambah nilai *precession torque*, semakin besar efeknya gyroscope yang dihasilkan akan memberikan torsi untuk membantu pada *roll-motion inverted pendulum* menjaga kesetabilan ketika menyimpang dari posisi tegaknya.

### 3.2 Rigid Body Dynamics

Ada dua pendekatan untuk memperoleh persamaan sistem gerak: pendekatan *Newtonian* dan pendekatan *Lagrangian*. Pendekatan *Newtonian* mempertimbangkan setiap komponen individual dari suatu sistem secara terpisah. Oleh karena itu,



Gambar 3.1: konsep desain *Inverted Pendulum*

perhitungan gaya yang dihasilkan dari hubungan antara *sub-parts* sangat diperlukan. Penelitian ini lebih memilih menggunakan pendekatan Euler-Lagrange sebagai gantinya, yang menganggap sistem secara keseluruhan. Dua kunci istilah dalam proses ini adalah *generalized variables* dan *generalized forces*. Ide utama dari prosedur ini adalah untuk menemukan ekspresi untuk total energi kinetik (T) dan total energi potensial (V) dari sistem. Kemudian, persamaan gerak akan ditentukan dengan memecahkan persamaan gerak umum.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (3.1)$$

dimana  $q_i$  adalah *generalized coordinates*,  $Q_i$  adalah *generalized forces*, dan  $L = T - V$  adalah *Lagrangian*. Dalam penelitian ini, *generalized coordinates* adalah sudut roll ( $q_1 = \varphi$ ) dari *inverted pendulum* dan *precession angle* dari gyroscope adalah ( $q_2 = \alpha$ ). Oleh karena itu, dapat diperoleh persamaan diferensial 2 orde yang ditulis dengan persamaan:

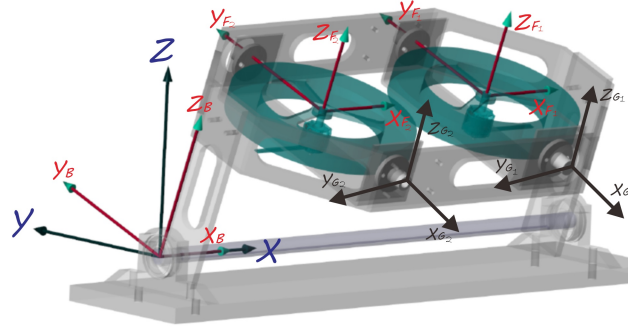
$$\left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_1} \right] - \left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial V}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial V}{\partial q_1} \right] = Q_1 \quad (3.2)$$

$$\left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_2} \right] - \left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial V}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial V}{\partial q_2} \right] = Q_2 \quad (3.3)$$

Gambar 3.2 mengilustrasikan tampilan isometri *inverted pendulum*, inspirasi desain dari (Spry and Girard, 2008).

Jika kita berasumsi bahwa *inverted pendulum* terdiri dari *main body* (B), *gyro-cages* (G) dan *gyro-flywheel* (F), maka total energi kinetik dan total energi potensi dapat dinyatakan sebagai:





Gambar 3.2: *Free body diagram model inverted pendulum* dilihat secara isometri

$$T = T_B + T_{G1} + T_{F1} + T_{G2} + T_{F2} \quad (3.4)$$

$$V = V_B + V_{G1} + V_{F1} + V_{G2} + V_{F2} \quad (3.5)$$

Sebelum menentukan masing-masing bagian energi kinetik, pertama-tama kita harus membuat tabel list untuk parameter *inverted pendulum* statis (Tabel 3.1).

Tabel 3.1: Parameter *inverted pendulum* Statis

Parameter	Symbol
Body mass & height of COG	$m_B$ & $h_B$
Gyro-cage mass & height of COG	$m_G$ & $h_G$
Gyro-flywheel mass & height of COG	$m_F$ & $h_F$
Body inertia	$I_{Bx}$
Gyro-cage inertia	$[I_{Gx}, I_{Gy}, I_{Gz}]$
Gyro-flywheel inertia	$[I_{Fx}, I_{Fy}, I_{Fz}]$
Gravity constant	$g$
Flywheel spin velocity	$\dot{\theta}$

Selanjutnya, variabel kecepatan yang terjadi sebagai berikut:

$$\omega_B = \dot{\phi} x_B \quad (3.6)$$

$$\omega_{G_i} = \left( \dot{\phi} \cos \alpha_i \right) x_{G_i} + \dot{\alpha}_i y_{G_i} + \left( \dot{\phi} \sin \alpha_i \right) z_{G_i} \quad (3.7)$$

$$\omega_{F_i} = \left( \dot{\phi} \cos \alpha_i \right) x_{F_i} + \dot{\alpha}_i y_{F_i} + \left( \dot{\phi} \sin \alpha_i \right) z_{F_i} + \dot{\theta} z_{F_i} \quad (3.8)$$

Energi kinetik pada setiap *part* dari *inverted pendulum* dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut:

$$T_B = \frac{1}{2}m_B \left( \dot{\phi} h_B \right)^2 + \frac{1}{2}I_{Bxx} \dot{\phi}^2 \quad (3.9)$$

$$T_{G_i} = \frac{1}{2}m_{G_i} \left( \dot{\phi} h_{G_i} \right)^2 + \frac{1}{2} \left[ I_{G_ix} \left( \dot{\phi} \cos \alpha_i \right)^2 + I_{G_iy} (\dot{\alpha}_i)^2 + I_{G_iz} \left( \dot{\phi} \sin \alpha_i \right)^2 \right] \quad (3.10)$$

$$T_{F_i} = \frac{1}{2}m_{F_i} \left( \dot{\phi} h_{F_i} \right)^2 + \frac{1}{2} \left[ I_{F_ix} \left( \dot{\phi} \cos \alpha_i \right)^2 + I_{F_iy} (\dot{\alpha}_i)^2 + I_{F_iz} \left( \dot{\phi} \sin \alpha_i + \dot{\theta}_i \right)^2 \right] \quad (3.11)$$

Total energi kinetik dapat diketahui dengan persamaan sebagai berikut:

$$T = [T_B] + [T_{G_1} + T_{F_1}] + [T_{G_2} + T_{F_2}] \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2}m_B \left( \dot{\phi} h_B \right)^2 + \frac{1}{2} [I_{Bx}(\phi)^2] \\ & + \frac{1}{2}m_{G_1} \left( \dot{\phi} h_{G_1} \right)^2 + \frac{1}{2} \left[ I_{G_1x} \left( \dot{\phi} \cos \alpha_1 \right)^2 + I_{G_1y} (\dot{\alpha}_1)^2 + I_{G_1z} \left( \dot{\phi} \sin \alpha_1 \right)^2 \right] \\ & + \frac{1}{2}m_{F_1} \left( \dot{\phi} h_{F_1} \right)^2 + \frac{1}{2} \left[ I_{F_1x} \left( \dot{\phi} \cos \alpha_1 \right)^2 + I_{F_1y} (\dot{\alpha}_1)^2 + I_{F_1z} \left( \dot{\phi} \sin \alpha_1 + \dot{\theta}_1 \right)^2 \right] \\ & + \frac{1}{2}m_{G_2} \left( \dot{\phi} h_{G_2} \right)^2 + \frac{1}{2} \left[ I_{G_2x} \left( \dot{\phi} \cos \alpha_2 \right)^2 + I_{G_2y} (\dot{\alpha}_2)^2 + I_{G_2z} \left( \dot{\phi} \sin \alpha_2 \right)^2 \right] \\ & + \frac{1}{2}m_{F_2} \left( \dot{\phi} h_{F_2} \right)^2 + \frac{1}{2} \left[ I_{F_2x} \left( \dot{\phi} \cos \alpha_2 \right)^2 + I_{F_2y} (\dot{\alpha}_2)^2 + I_{F_2z} \left( \dot{\phi} \sin \alpha_2 + \dot{\theta}_2 \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (3.13)$$

Energi potensial pada setiap *part* dari *inverted pendulum* dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut:

$$V_B = m_B \cdot g \cdot h_B \cos \phi \quad (3.14)$$

$$V_{G_i} = m_{G_i} \cdot g \cdot h_{G_i} \cos \phi \quad (3.15)$$

$$V_{F_i} = m_{F_i} \cdot g \cdot h_{F_i} \cos \phi \quad (3.16)$$

Total Energi potensial dapat diketahui dengan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} V = & \sum_{i=1}^N m_i \cdot g \cdot h_i \\ = & [h_B m_B + 2h_G m_G + 2h_F m_F] g \cos(\phi) \end{aligned} \quad (3.17)$$

Penerapan persamaan sistem energi kinetik dan energi potensial pada persamaan gerak *Lagrangian* yang dijelaskan dalam Persamaan 3.1, sehingga kita memperoleh penggabungan dua persamaan diferensial non-linear:

$$\begin{aligned} & \ddot{\phi}[h_B^2 m_B + 2h_G^2 m_G + 2h_F^2 m_F + I_{Bx} + 2\cos^2(\alpha)(I_{Gx} + I_{Fx}) + \\ & 2\sin^2(\alpha)(I_{Gz} + I_{Fz})] - 4\dot{\phi}\dot{\alpha}\cos(\alpha)\sin(\alpha)[I_{Gx} + I_{Fx} - I_{Gz} - I_{Fz}] + \\ & 2\dot{\theta}\cos(\alpha)\dot{\alpha}I_{Fz} - [h_B m_B + 2(h_G m_G) + 2(h_F m_F)]g\sin(\phi) = Q_1 \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$2\ddot{\alpha}(I_{Gy} + I_{Fy}) + 2\dot{\phi}^2\cos(\alpha)\sin(\alpha)[I_{Gx} - I_{Gz} + I_{Fx} - I_{Fz}] - 2\dot{\phi}\cos(\alpha)\dot{\theta}I_{Fz} = Q_2 \quad (3.19)$$

dimana dengan mendefinisikan persamaan diatas:

$$\begin{aligned} c &= \cos \\ s &= \sin \\ k_1 &= 2(I_{Gx} + I_{Fx}) \\ k_2 &= 2(I_{Gy} + I_{Fy}) \\ k_3 &= 2(I_{Gz} + I_{Fz}) \\ k_4 &= I_{Bx} \\ k_5 &= k_1 - k_3 \\ k_6 &= h_B m_B + 2(h_G m_G) + 2(h_F m_F) \\ k_7 &= h_B^2 m_B + 2h_G^2 m_G + 2h_F^2 m_F \end{aligned}$$

Penerapan persamaan gerak dapat ditulis seperti berikut ini:

$$\ddot{\phi}[k_4 + k_7 + k_1 c^2 \alpha + k_3 s^2 \alpha] - 2k_5 \dot{\phi} \dot{\alpha} c \alpha s \alpha + 2\dot{\theta} c \alpha \dot{\alpha} I_{Fz} - k_6 g s \phi = Q_1 \quad (3.20)$$

$$k_2 \ddot{\alpha} + k_5 \dot{\phi}^2 c \alpha s \alpha - 2\dot{\phi} c \alpha \dot{\theta} I_{Fz} = Q_2 \quad (3.21)$$

dimana  $Q_i$  adalah *generalized forces*

$$Q_1 = h_B F_d \cos \phi$$

$$Q_2 = M_u$$

$Q_i$  adalah gaya umum *non-conservative*.  $F_d$  mewakili *disturbance* horizontal yang diterapkan pada *inverted pendulum* serta dinamika model yang *uncertainty*, dan  $M_u$  menunjukkan torsi yang dihasilkan oleh motor DC.

### 3.3 Full System Dynamics

Penelitian ini pada sistem *inverted pendulum* digunakan untuk memverifikasi *controllers*, yang mana dirancang untuk menstabilkan *single-track vehicle* dengan pengaruh *gyroscopic* dari dua *flywheel* yang berputar. Titik operasi sistem adalah posisi tegak  $\phi = 0$  dan sudut *gimbal*  $\alpha = 0$ , sedangkan *flywheel* berputar pada

kecepatan konstan 5000 rpm dalam arah yang berlawanan. Oleh karena itu, titik operasi linierisasi untuk sistem *inverted pendulum* adalah :

$$\begin{aligned} x_e &= \begin{bmatrix} \phi & \dot{\phi} & \alpha_1 & \dot{\alpha}_1 & \alpha_2 & \dot{\alpha}_2 & \theta_1 & \dot{\theta}_1 & \theta_2 & \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5000\text{rpm} & 0 & -5000\text{rpm} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Mengasumsikan sistem dengan tidak ada *input* ( $Mu = 0$ ) dan tidak ada *disturbance* ( $Fd = 0$ ) , maka *equilibrium points* pada sistem dalam posisi tegak menghasilkan numerik untuk *linear model* adalah :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \\ \dot{\alpha}_1 \\ \ddot{\alpha}_1 \\ \dot{\alpha}_2 \\ \ddot{\alpha}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{g \cdot k_6}{k_1 + k_7 + k_4} & 0 & 0 & -\frac{I_{F_1 z} \dot{\theta}_1}{k_1 + k_7 + k_4} & 0 & -\frac{I_{F_2 z} \dot{\theta}_2}{k_1 + k_7 + k_4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{I_{F_1 z} \dot{\theta}_1}{I_{F_1 y} + I_{G_1 y}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{I_{F_2 z} \dot{\theta}_2}{I_{F_2 y} + I_{G_2 y}} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \\ \alpha_1 \\ \dot{\alpha}_1 \\ \alpha_2 \\ \dot{\alpha}_2 \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{I_{F_1 y} + I_{G_1 y}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_{F_2 y} + I_{G_2 y}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{\alpha_1} \\ u_{\alpha_2} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.23)$$

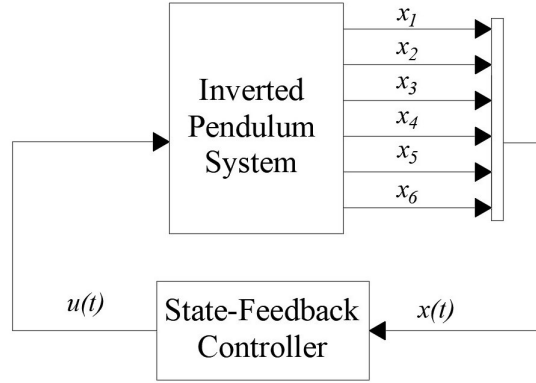
Dengan demikian,

- $x_1$  : sudut roll *inverted pendulum*
- $x_2$  : kecepatan sudut roll *inverted pendulum*
- $x_3$  : sudut presisi *gyroscope 1*
- $x_4$  : kecepatan sudut presisi *gyroscope 1*
- $x_5$  : sudut presisi *gyroscope 2*
- $x_6$  : kecepatan sudut presisi *gyroscope 2*

Sehingga, *closed loop system* umum untuk *inverted pendulum* dapat diilustrasikan pada Gambar 3.3.

### 3.4 Parameter Sistem

Gambar 3.2 Menunjukkan posisi titik (0; 0; 0) yang akan menjadi acuan perhitungan beberapa parameter sistem *inverted pendulum*. Posisi tersebut terletak pada



Gambar 3.3: Close-Loop Sistem

bagian tengah antara kontak sudut roll inverted pendulum dengan permukaan. posisi ini membuat *inverted pendulum* simetri terhadap bidang  $XZ$ .

Tabel 3.2 Menunjukkan paramter-parameter *inverted pendulum* yang akan digunakan pada penelitian ini. Parameter massa dan inersia diambil dari data *Autodesk Inventor*. Data tersebut nanti akan digunakan pada permodelan dan analisis matematis sesuai pada persamaan 3.23 yang telah dijelaskan sebelumnya.

Tabel 3.2: Parameter *Inverted Pendulum*

No	Parameter	Symbol	Besaran	Satuan
1	Massa <i>Body</i>	$m_B$	1.243	$kg$
2	Tinggi <i>COG Body</i>	$h_B$	0.0888	$m$
3	Inersia $B_{xx}$	$I_{Bx}$	0.00472	$kg.m^2$
4	Massa <i>Flywheel 1 &amp; 2</i>	$m_F$	0.2605	$kg$
5	Tinggi <i>COG Flywheel</i>	$h_F$	0.0826	$m$
6	Inersia $F_{xx}, F_{yy}, F_{zz}$	$I_{Fx}, I_{Fy}, I_{Fz}$	(0.000337; 0.000337; 0.000665)	$kg.m^2$
7	Massa <i>Gimbal 1 &amp; 2</i>	$m_G$	0.323	$kg$
8	Tinggi <i>COG Gimbal</i>	$h_G$	0.088	$m$
9	Inersia $G_{xx}, G_{yy}, G_{zz}$	$I_{Gx}, I_{Gy}, I_{Gz}$	(0.000565; 0.000361; 0.000884)	$kg.m^2$
10	Kecepatan <i>Flywheel 1</i>	$\theta_1$	5000	$rpm$
11	Kecepatan <i>Flywheel 2</i>	$\theta_2$	-5000	$rpm$
12	<i>gravitational coefficient</i>	$g$	9.81	$m/s^2$

### 3.5 Simulasi Model Matematis dan Model 3D

Pada penelitian ini digunakan sistem kendali *LQR* dan *LQG* untuk menyeimbangkan *inverted pendulum* yakni menyeimbangkan sudut  $\phi$  pada *set point* Equili-

birum  $0^\circ$ . Penentuan spesifikasi *controller* berdasarkan pada model sistem *inverted pendulum* menggunakan *state-space* untuk mendisain blok diagram *controller* dan validasi dengan menggunakan *Simscape multibody MatLab* untuk simulasinya, hal ini dilakukan karena percobaan yang digunakan pada penelitian kali ini seperti model sebenarnya dari hasil eksperimen. Model matematis dilakukan terlebih dahulu untuk mencari nilai *control system* yang ideal sehingga didapat nilai *gain LQR* dan *LQG* yang dapat diterapkan di program simulasi model 3D dalam software *MatLab*. Simulasi dilakukan dengan memberikan *disturbance* berupa torsi yang bervariasi ke sistem *inverted pendulum* dengan nilai 2, 4, 6 *Nm* dengan kecepatan sudut *Flywheel*  $\dot{\theta} = 5000$  rpm.

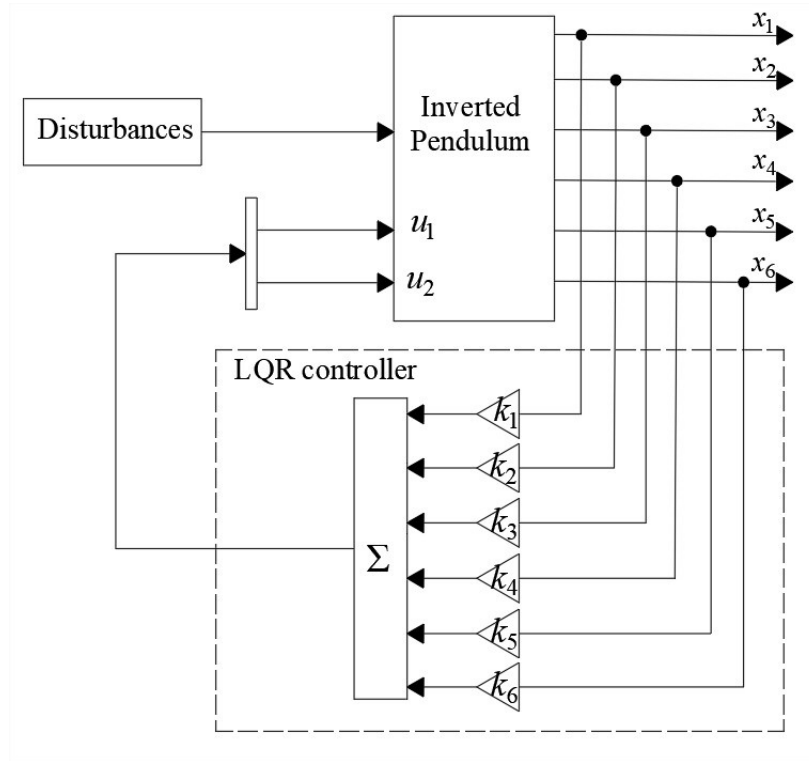
### 3.6 Desain dan Simulasi Sistem Kendali

*Inverted pendulum* adalah sebuah pendulum terbalik yang dalam keadaan normal memiliki kondisi yang tidak stabil dan akan cenderung untuk jatuh. Supaya bisa stabil diperlukan alat tambahan ataupun gaya tambahan yang bisa melawan gaya yang menyebabkan *inverted pendulum* itu jatuh. *Gyroscopic* menggunakan prinsip dari efek giroskop yang dihasilkan dari sebuah disk yang berputar seperti yang terlihat pada Gambar 3.1 Sebuah disk bermassa yang memiliki inersia sebesar ( $I$ ) berputar terhadap sumbu  $z$  dengan kecepatan sudut ( $\omega_z = \dot{\theta}$ ). Apabila pada sumbu  $y$  terjadi perubahan sudut sebesar ( $\omega_y = \dot{\alpha}$ ) seperti pada Gambar 3.2 maka torsi yang dihasilkan pada sumbu  $x$  dapat dicari dengan menggunakan persamaan 2.3 .

Setelah model *state space* berhasil divalidasi maka proses selanjutnya adalah *control system*. Sistem kendali ini akan menentukan seberapa besar *precession torque* yang diberikan ke *inverted pendulum* agar mampu memenuhi *equilibrium point* yang diinginkan. Setelah *control system* selesai didesain, langkah selanjutnya adalah melakukan simulasi dengan *MatLab* untuk mengoptimalkan nilai *gain K*.

Nilai *gain K* dikatakan optimal apabila mampu mengkombinasikan antara efisiensi penggunaan energi dan kinerja. Efisiensi energi ini akan ditunjukkan oleh seberapa besar torsi *control/precision torque* yang dibutuhkan pada simulasi untuk menjaga kestabilan *inverted pendulum*. Sementara itu, kinerja dikatakan baik apabila tetap mampu menjaga *inverted pendulum* tidak terjatuh.

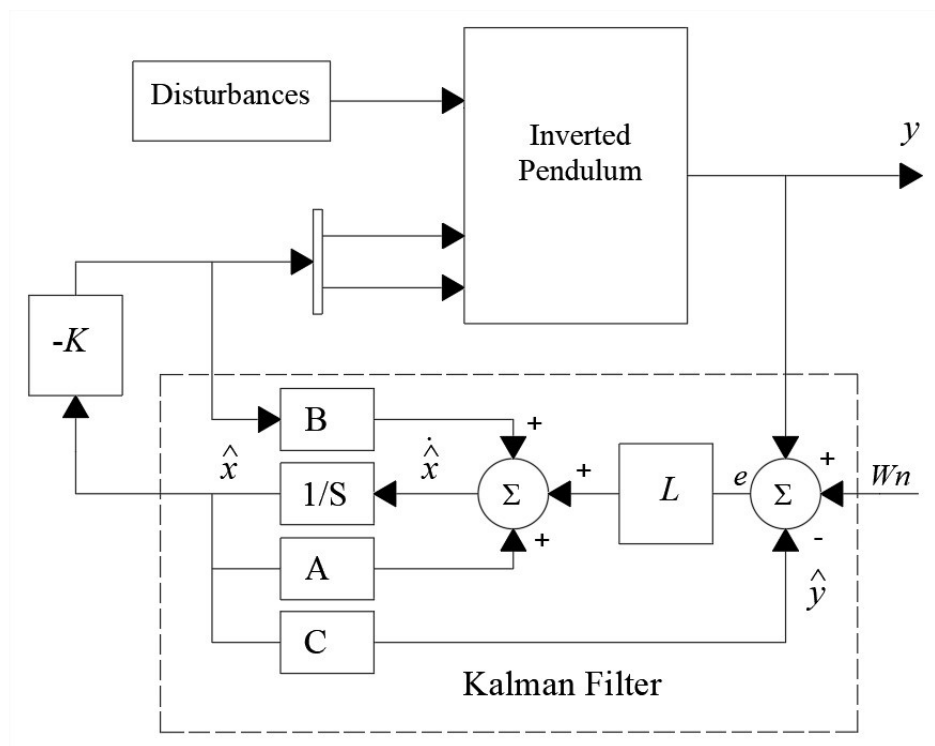
Gambar 3.4 menunjukkan sistem kendali dengan menggunakan *LQR controller*. Nilai ideal matrix  $Q$  dan  $R$  dari *controller* ini didapatkan dengan melakukan *trial and error* karena tidak ada solusi yang unik untuk matrix-matrix ini. Pemi-



Gambar 3.4: Diagram model matematis dengan kendali  $LQR$

lihan matrix ini tergantung dari seberapa besar pengaruh  $y$  dan  $u$  yang diinginkan pada *cost function*. Yang perlu diperhatikan dalam proses *trial and error* ini adalah matrix  $Q$  dan  $R$  harus simetris dan *positive definite*.

Sistem kontrol  $LQG$  juga akan didesain sebagai pelengkap sistem kontrol  $LQR$ . Nilai disturbance dan *noise* pada simulasi ini diasumsikan konstan. Nilai *kalman filter gain*  $L(t)$  dan *LQR gain*  $K(t)$  akan dihitung untuk mendapatkan *respon* kendali yang baik. Diagram model matematis dengan kendali  $LQG$  ditunjukkan pada Gambar 3.5 Matrik  $Q$  pada pengendali  $LQR$  juga akan didesain untuk memprioritaskan *state roll* sebagai *state* yang paling signifikan pengaruhnya.



Gambar 3.5: Diagram model matematis dengan kendali  $LQG$

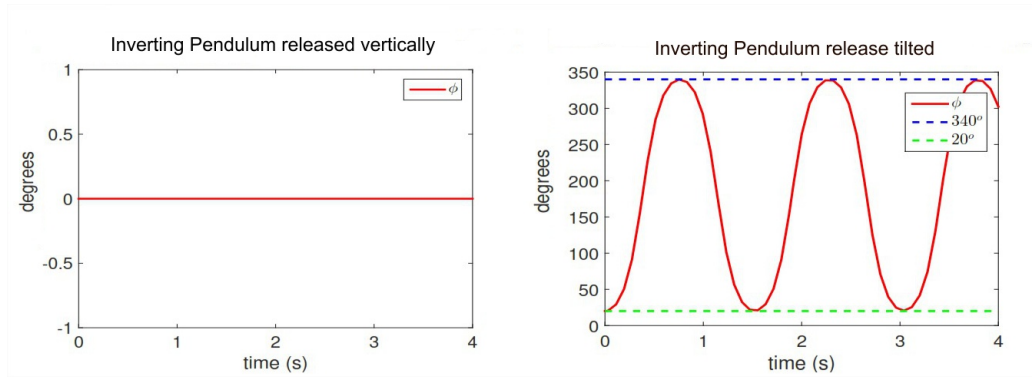


## Bab 4

### ANALISIS DAN PEMBAHASAN

#### 4.1 Validasi Model Dinamika Inverted Pendulum

Dilakukan pengujian untuk memastikan keandalan model non-linear yang dibuat dari persamaan di atas maka dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu untuk tes pertama pada kecepatan berputar *gyroscopic flywheels* dimana dianggap  $\dot{\theta} = 0$ . kemudian, diatur *roll angle inverted pendulum* ke  $\phi = 0$  dan dianggap tidak ada *input* yang masuk ke dalam sistem, sehingga ditetapkan kondisi awal  $x_0 = \begin{bmatrix} 0^\circ & \dot{\phi} & \alpha_1 & \dot{\alpha}_1 & \alpha_2 & \dot{\alpha}_2 \end{bmatrix}^T$ .



Gambar 4.1: Simulasi Model Matematis

Jika simulasi *Simulink* model pada *Inverted pendulum* sudah benar, maka hasil dari grafik gerakan akan bernilai  $\phi = 0$ . Hasil dari simulasi *Matlab* dapat ditunjukkan seperti pada gambar 4.1, kemudian untuk tes kedua yaitu memberikan nilai *input* sudut  $\phi = 20^\circ$  (*non-zero roll*) pada *inverted pendulum*. Menurut teori hukum fisika seharusnya perilaku *inverted pendulum* bergerak bolak-balik (berosilasi). pengujian ini dilakukan dengan memberikan nilai *state* kondisi awal  $x_0 = \begin{bmatrix} 20^\circ & \dot{\phi} & \alpha_1 & \dot{\alpha}_1 & \alpha_2 & \dot{\alpha}_2 \end{bmatrix}^T$ . Hasil pengujian simulasi belum menetapkan batas fisik sistem dan mengabaikan koefisien friksi antara udara yang terjadi pada *inverted pendulum*, sehingga sistem berosilasi didaerah sudut *roll*  $\phi = 20^\circ$  dan  $\phi = 340^\circ$ , grafik tersebut sesuai dengan hukum kekekalan energi. Hasil dari simulasi *inverted pendulum* dengan model *non-linear* seperti pada gambar 4.1 yang mana telah disimulasikan menggunakan program *Matlab*.

## 4.2 Desain Sistem Kendali LQR

Suatu *system control LQR* akan didesain untuk sistem *inverted pendulum*, sehingga bisa diterapkan untuk mengendalikan sudut *roll* di sekitar *point equilibrium*. Kontrol yang digunakan untuk pengendalian kesetabilan di sudut *roll* dalam penelitian ini adalah *Linear Quadratic Regulator (LQR)*. Perancangan kontroler *LQR* dapat dilihat pada Gambar 3.4. Pada perhitungan model matematis, didapatkan persamaan *state space* seperti pada Persamaan 2.8, dalam desain kontrol *LQR* menggunakan persamaan yang sudah dilinearkan dengan mengasumsikan sudut simpangan *inverted pendulum* tidak melebihi *degree boundaries* maksimal atau dianggap memiliki perubahan yang sangat kecil. Sehingga setelah parameter dimasukkan maka *state space* dengan *plant* linear  $\dot{x} = Ax + Bu$  menjadi:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 82.9 & 0 & 0 & -13.9 & 0 & 13.9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 498.6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -498.6 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 8.2 \times 10^6 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 8.2 \times 10^6 \end{bmatrix} u$$

Mencari *eigenvalue* dari matriks A dari sistem satu giroskopik *inverted pendulum* untuk mengetahui stabil atau tidak, dengan dituliskan sebagai berikut:

$$\det(A - \lambda I) =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 82.92 & 0 & 0 & -13.98 & 0 & 13.98 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 498.67 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -498.67 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\lambda_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 82.92 & -\lambda_2 & 0 & -13.98 & 0 & 13.98 \\ 0 & 0 & -\lambda_3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 498.67 & 0 & -\lambda_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_5 & 1 \\ 0 & -498.67 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_6 \end{bmatrix}$$

dengan hasil *eigenvalue* matrik A sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= (0 + 0i) \times 10^2 \\
\lambda_2 &= (0 + 0i) \times 10^2 \\
\lambda_3 &= (0 + 0i) \times 10^2 \\
\lambda_4 &= (0 + 1.1776i) \times 10^2 \\
\lambda_5 &= (0 - 1.1776i) \times 10^2 \\
\lambda_6 &= (0 + 0i) \times 10^2
\end{aligned}$$

dari *eigenvalue* terlihat yaitu sistem marginally stable karena terdapat nilai yang mendekati sumbu imajiner.

#### 4.2.1 Pembuktian Keterkendalian Sistem ( Controllability )

Matriks keterkendalian (*controlability matrix*) menggunakan persamaan 2.13, Dengan menggunakan program *MatLab* matriks keterkendalian diperoleh dengan nilai determinan tidak sama dengan nol karena matriks keterkendalian memiliki full rank yaitu sebesar 6, dengan demikian dapat disimpulkan sistem dapat dikendalikan ( *controllable* ).

#### 4.2.2 Pembuktian Keteramatan Sistem (Observability)

Matriks keteramatan (*observability matrix*) menggunakan persamaan 2.14, Dengan menggunakan program *MatLab* matriks keteramatan diperoleh dengan nilai determinan tidak sama dengan nol karena matriks keteramatan memiliki *full rank* yaitu sebesar 6, dengan demikian dapat disimpulkan sistem dapat diamati ( *observable* ).

#### 4.2.3 Penentuan Matriks Bobot

Matriks bobot adalah matriks  $Q$  dan  $R$  . Pemilihan matriks  $Q$  dan  $R$  dilakukan dengan cara coba-coba ( *trial and error* ). Dengan syarat matriks  $Q$  adalah matriks simetris, semidefinit positif dan real ( $Q > 0$ ). Matriks  $Q$  merupakan matriks berordo  $[6 \times 6]$  yang ditulis sebagai persamaan 4.1.

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_6 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Matriks  $Q$  adalah matriks diagonal dengan komponen-komponennya  $q_n$ , dan bila diadakan pemisahan akan diperoleh matriks identitas yang dikalikan dengan konstanta  $q_n$ . Sedangkan matriks  $R$  adalah matriks simetris, definit positif dan real ( $R > 0$ ). Matriks  $R$  merupakan matriks berordo  $[2 \times 2]$  yang ditulis sebagai persamaan 4.2

$$R = \begin{bmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Matriks  $R$  adalah matriks diagonal dengan komponen-komponennya  $r_n$ , dan bila diadakan pemisahan akan diperoleh matriks identitas yang dikalikan dengan konstanta  $r_n$ . Untuk mendapatkan *gain*  $K$ , terlebih dahulu menentukan bobot yang akan digunakan untuk masing-masing *output* dari sistem/*plant*. Bobot digunakan untuk memberikan prioritas pada *output* mana yang sebaiknya memiliki prioritas lebih untuk ditingkatkan performanya, hasil pengujian dengan menggunakan metode  $LQR$  memiliki *respon* gerak untuk kestabilan sistem paling optimal pada matrik bobot:

$$Q = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{dan } R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

#### 4.2.4 Hasil Perhitungan Nilai Umpan Balik Optimal

Tujuan dari optimasi dengan menggunakan metode  $LQR$  adalah mendapatkan nilai umpan balik ( $K$ ) optimal, yang mampu meminimumkan *cost function*  $J$ . Perhitungan ini dilakukan dengan jalan memasukkan persamaan *Riccati* yang telah diturunkan pada bab sebelumnya. Sedangkan matrik pembobotan  $Q$  dan  $R$  ditentukan secara *random*, dengan syarat seperti yang telah dijelaskan sebelumnya. Dari *Riccati Equation* tersebut akan dapat diketahui matrik  $P$ . Matrik  $P$  adalah matrik solusi dari persamaan *Riccati*. Jika nilai-nilai matrik  $P$  telah diketahui, kemudi-

an disubstitusikan ke persamaan 2.19, sehingga dapat diketahui nilai matrik umpan balik optimal ( $K$ ) yang meminimumkan *cost function*  $J$ .

Solusi *steady state* diperoleh dari penyelesaian persamaan *Continuous-time algebraic riccati equation* (*CARE*) dengan menggunakan persamaan 2.18 :

$$\begin{aligned}
& A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \\
& \begin{bmatrix} 0 & 791.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 571.43 & 0 & -571.43 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -16 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} & P_{15} & P_{16} \\ P_{12} & P_{22} & P_{23} & P_{24} & P_{25} & P_{26} \\ P_{13} & P_{23} & P_{33} & P_{34} & P_{35} & P_{36} \\ P_{14} & P_{24} & P_{34} & P_{44} & P_{45} & P_{46} \\ P_{15} & P_{25} & P_{35} & P_{45} & P_{55} & P_{56} \\ P_{16} & P_{26} & P_{36} & P_{46} & P_{56} & P_{66} \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} & P_{15} & P_{16} \\ P_{12} & P_{22} & P_{23} & P_{24} & P_{25} & P_{26} \\ P_{13} & P_{23} & P_{33} & P_{34} & P_{35} & P_{36} \\ P_{14} & P_{24} & P_{34} & P_{44} & P_{45} & P_{46} \\ P_{15} & P_{25} & P_{35} & P_{45} & P_{55} & P_{56} \\ P_{16} & P_{26} & P_{36} & P_{46} & P_{56} & P_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 791.5 & 0 & 0 & -16 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 571.43 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -571.43 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \\
& - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 791.5 & 0 & 0 & -16 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 571.43 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -571.43 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 8.22 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 8.22 \end{bmatrix} \frac{1}{1} \times \\
& \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 8.22 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8.22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} & P_{15} & P_{16} \\ P_{12} & P_{22} & P_{23} & P_{24} & P_{25} & P_{26} \\ P_{13} & P_{23} & P_{33} & P_{34} & P_{35} & P_{36} \\ P_{14} & P_{24} & P_{34} & P_{44} & P_{45} & P_{46} \\ P_{15} & P_{25} & P_{35} & P_{45} & P_{55} & P_{56} \\ P_{16} & P_{26} & P_{36} & P_{46} & P_{56} & P_{66} \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 0
\end{aligned}$$

Dikarenakan banyaknya data yang ada pada perhitungan nilai vektor kontrol optimal  $K$  dibutuhkan bantuan program komputer, dalam hal ini digunakan *MatLab*. Perhitungan dengan menggunakan *MatLab* ini dapat diketahui nilai umpan balik

optimal  $K$  sistem yang optimal berdasarkan model sistem. Perhitungan tersebut diperoleh nilai matriks penguatan (*gain*) umpan balik optimal untuk sistem tersebut bernilai:

$$K = \begin{bmatrix} -18.13 & -2.89 & 0 & 1.00 & 10.00 & -0.00 \\ 18.13 & 2.89 & 10 & -0.00 & -0.00 & 1 \end{bmatrix}$$

#### 4.2.5 Simulasi Sistem dengan Simscape Multibody

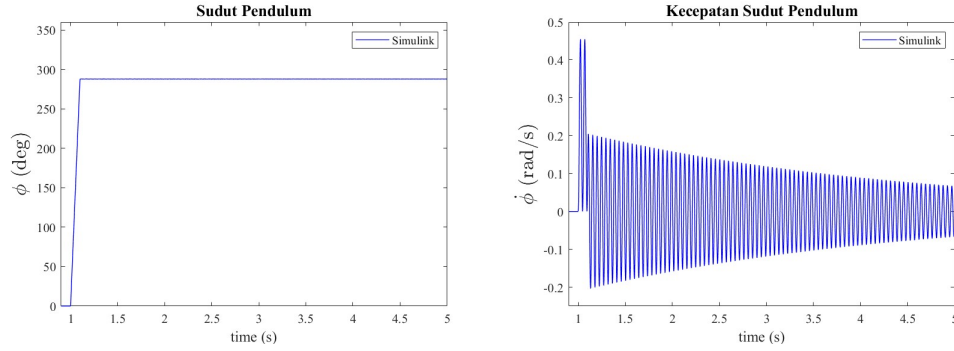
Model dari sistem *inverted pendulum* ini diseimbangkan oleh dua giroskopik seperti pada Gambar 3.1 . Pada simulasi sistem dua giroskopik *inverted pendulum* dibutuhkan dua metode yaitu simulasi dengan *simulink state-space linear* dan simulasi dengan *simscape-multibody* yang bertujuan untuk mempermudah dalam mengetahui dinamika dari sistem giroskopik *inverted pendulum*. Data-data sistem dua giroskopik *inverted pendulum* dari propertis model 3D *software* Autodesk Inventor ditunjukkan pada Tabel 3.2.

Simulasi dengan *simulink* dimaksudkan untuk mengetahui dinamika dari sistem giroskopik dua giroskop *inverted pendulum*. Persamaan *state-space* yang telah diturunkan seperti yang ditunjukkan pada Persamaan 3.23 akan diamati untuk mengetahui perlakuan dinamika dari sistem dua giroskopik *inverted pendulum*. Menganalisis dinamika dari sistem dua giroskopik *inverted pendulum* akan mempermudah dalam mengaplikasikan sistem kendali *LQR*.

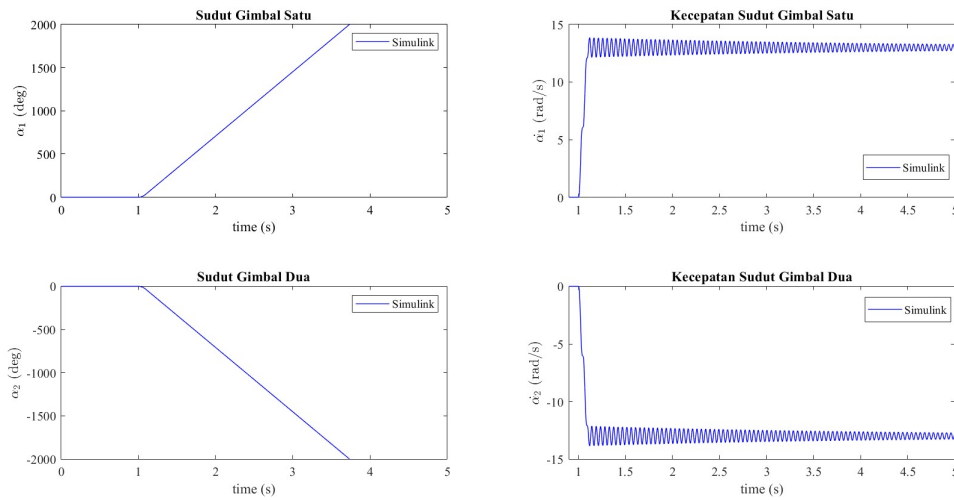
##### 4.2.5.1 Double Gyroscope tanpa Sistem Kendali

Gambar 4.2 merupakan *respons* permodelan dua giroskop dengan memberikan *disturbance* berupa sinyal sebesar  $6Nm$  selama 0.1 detik pada *state* pertama yaitu sudut pendulum, nilai  $\phi$  pada dua giroskop sebesar 280 derajat. Hal ini sesuai dengan persamaan 2.1, dimana momentum sudut pada dua giroskop memiliki momentum sudut yang lebih besar yang mengakibatkan sistem pendulum tersebut lebih baik dalam menjaga posisinya.

Gambar 4.3 merupakan *respons* kedua *gimbal* tanpa sistem kendali, nilai  $\alpha_1$  dan  $\alpha_2$  meningkat secara berlawanan seiring bertambahnya waktu, yang bertujuan menghasilkan *precision torque* untuk melawan gaya akibat *disturbance* dan gravitasi. Nilai  $\dot{\alpha}_1$  sebesar  $13 \text{ rad/s}$  pada detik 1.1 dan berosilasi diantara  $13 \text{ rad/s}$  dan nilai  $\dot{\alpha}_2$  sebesar  $-13 \text{ rad/s}$  pada detik ke 1.1 dan berosilasi diantara  $-13 \text{ rad/s}$ . *Gimbal* satu dan *gimbal* dua berputar terus supaya menghasilkan *precision torque* untuk



Gambar 4.2: Hasil *respons* pendulum dua giroskopik tanpa sistem kendali pada *simulink*

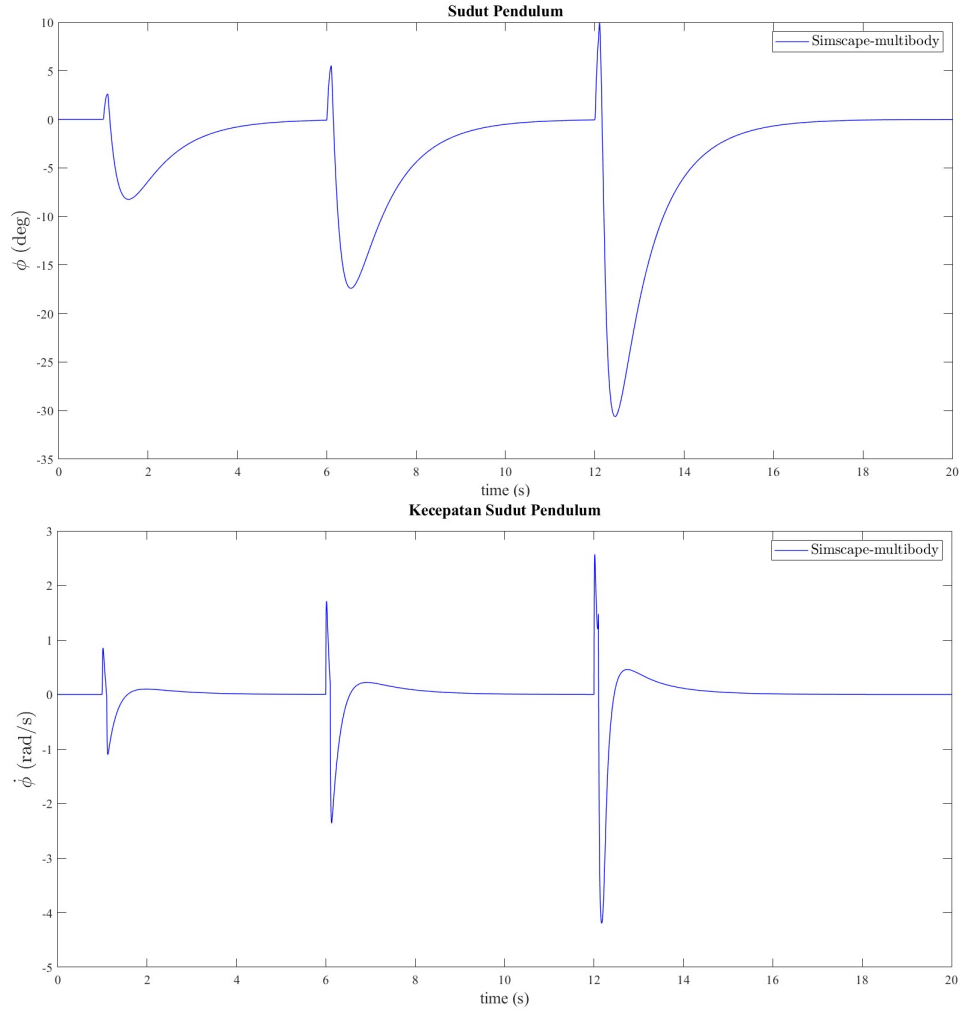


Gambar 4.3: Hasil *respons* kedua *gimbal* tanpa sistem kendali pada *simulink*

melawan gaya akibat *disturbance* dan gravitasi, dikarenakan kecepatan sudut pada kedua *gimbal* kurang cepat. Sesuai dengan Persamaan 2.2 dibutuhkan momentum sudut yang tinggi dan kecepatan sudut *gimbal* yang tinggi untuk menghasilkan *precision torque*, maka dari itu *gimbal* berputar terus agar dapat menjaga posisi sudut pendulum.

#### 4.2.5.2 Double Gyroscope dengan Sistem Kendali

Gambar 4.4 merupakan *respons* pendulum dari permodelan dua giroskop dengan memberikan *disturbance* berupa torsi sebesar  $2 \text{ Nm}$  pada detik ke-1 kemudian diberikan *disturbance* kembali sebesar  $4 \text{ Nm}$  pada detik ke-6 dan terakhir diberikan *disturbance* sebesar  $6 \text{ Nm}$  pada detik ke-12 selama 0.1 detik. Gambar 4.4 terlihat bahwa garis biru menunjukkan hasil dari *Simscape-Multibody* menggunakan *control LQR*. Terlihat pada detik ke-1 hasil *Simscape-Multibody* sistem dapat menahan

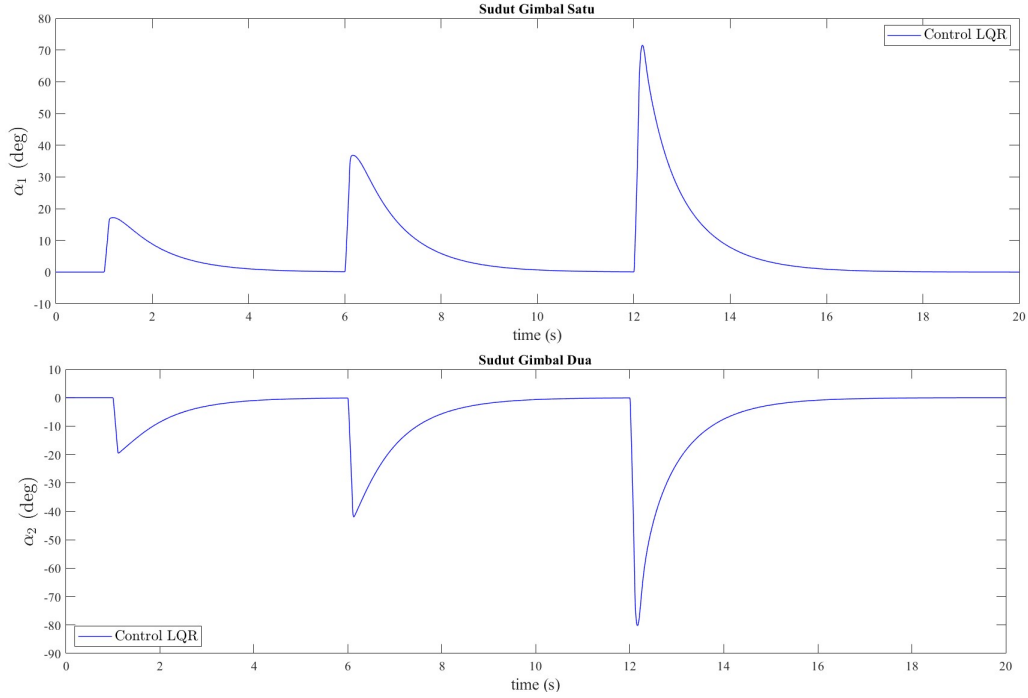


Gambar 4.4: Hasil *respons* pendulum dua giroskopik terhadap *disturbance*

sudut pendulum ( $\phi$ ) hingga 2.5 derajat dan dapat kembali ke titik *equilibrium* pada detik 4.2, dan selanjutnya pada detik ke-6 hasil pada *Simscape-Multibody* sistem dapat menahan sudut pendulum ( $\phi$ ) hingga 5.5 derajat dan dapat kembali ke titik *equilibrium* pada detik ke-9. dan yang terakhir *disturbance* pada detik ke-12 mendapatkan hasil pada *Simscape-Multibody* sistem dapat menahan sudut pendulum ( $\phi$ ) hingga 5.5 derajat dan dapat kembali ke titik *equilibrium* pada detik ke-15.

Hasil pada *Simscape-Multibody* menggunakan *control LQR*, kecepatan sudut pendulum ( $\dot{\phi}$ ) pada detik ke-1 meningkat 0.85 *rad/s* dan dapat kembali ke titik *equilibrium* pada detik ke 4. dan selanjutnya hasil pada *Simscape-Multibody*, kecepatan sudut pendulum ( $\dot{\phi}$ ) pada detik ke-6 meningkat 1.6 *rad/s* dan dapat kembali ke titik *equilibrium* pada detik ke-8, dan yang terakhir hasil pada *Simscape-Multibody*, kecepatan sudut pendulum ( $\dot{\phi}$ ) pada detik ke-12 meningkat 2.48 *rad/s* dan dapat kembali ke titik *equilibrium* pada detik ke-15.

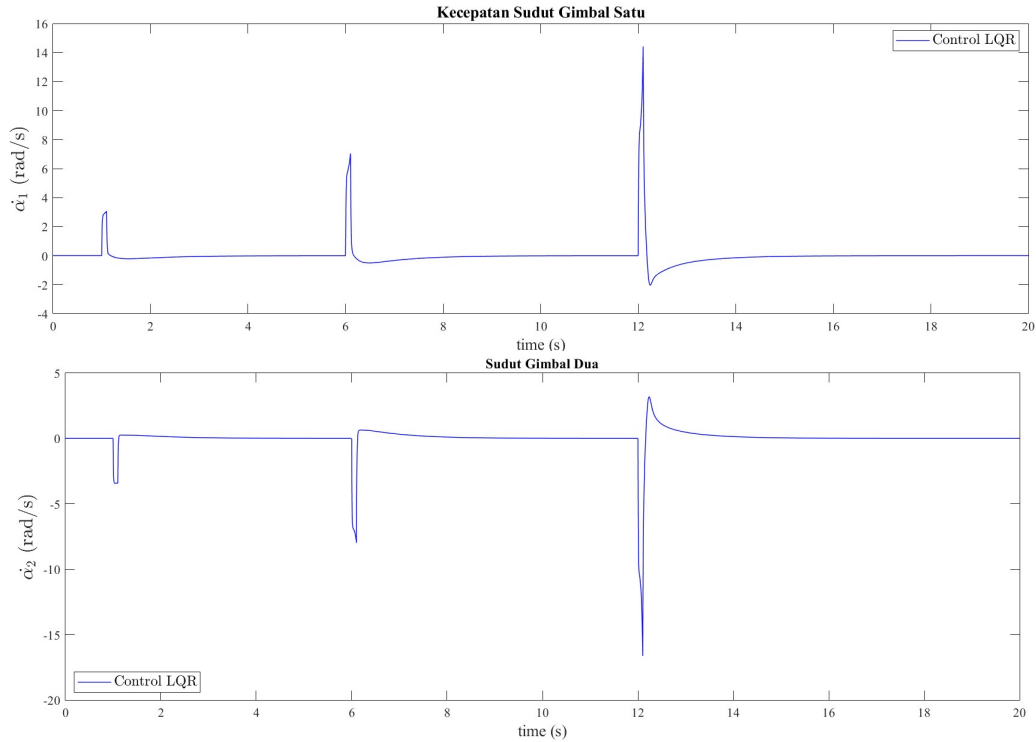




Gambar 4.5: Hasil *respons gimbal* dua giroskopik terhadap *disturbance*

Gambar 4.5 merupakan *respons gimbal* dari permodelan dua giroskop dengan memberikan *disturbance* berupa torsi sebesar 2  $Nm$  pada detik ke-1 selanjutnya di berikan *disturbance* 4  $Nm$  pada detik ke-6 dan yang terakhir diberikan *disturbance* sebesar 6  $Nm$  pada detik ke-12 selama 0.1 detik. Pada Gambar 4.5 terlihat bahwa garis biru menunjukkan hasil dari *Simscape-Multibody* menggunakan *control LQR*. Hasil sudut *gimbal* satu ( $\alpha_1$ ) *Simscape-Multibody* pada detik ke-1 meningkat hingga 17 derajat. Hasil sudut *gimbal* dua ( $\alpha_2$ ) pada *Simscape-Multibody* meningkat hingga -19 derajat. Hasil sudut *gimbal* satu ( $\alpha_1$ ) pada *Simscape-Multibody* pada detik ke-6 meningkat hingga 37 derajat. Hasil sudut *gimbal* dua ( $\alpha_2$ ) pada *Simscape-Multibody* meningkat hingga -40 derajat. Hasil sudut *gimbal* satu ( $\alpha_1$ ) pada *Simscape-Multibody* pada detik ke-12 meningkat hingga 80 derajat. Hasil sudut *gimbal* dua ( $\alpha_2$ ) pada *Simscape-Multibody* meningkat hingga -70.5 derajat.

Gambar 4.6 merupakan hasil *respon* kecepatan sudut *gimbal* terhadap *disturbance* pada *Simscape-Multibody* menggunakan *control LQR* pada detik ke-1 kecepatan sudut *gimbal* satu ( $\dot{\alpha}_1$ ) meningkat hingga 3.05  $rad/s$  dan kecepatan sudut *gimbal* dua ( $\dot{\alpha}_2$ ) meningkat hingga -3.41  $rad/s$ . Selanjutnya untuk *disturbance* pada detik ke-6 hasil kecepatan sudut *gimbal* satu ( $\dot{\alpha}_1$ ) pada *Simscape-Multibody* meningkat hingga 6.5  $rad/s$  dan kecepatan sudut *gimbal* dua ( $\dot{\alpha}_2$ ) meningkat hingga -7.5  $rad/s$ . Dan untuk *disturbance* pada detik ke-12.1 sebesar 6  $Nm$  hasil kecepatan

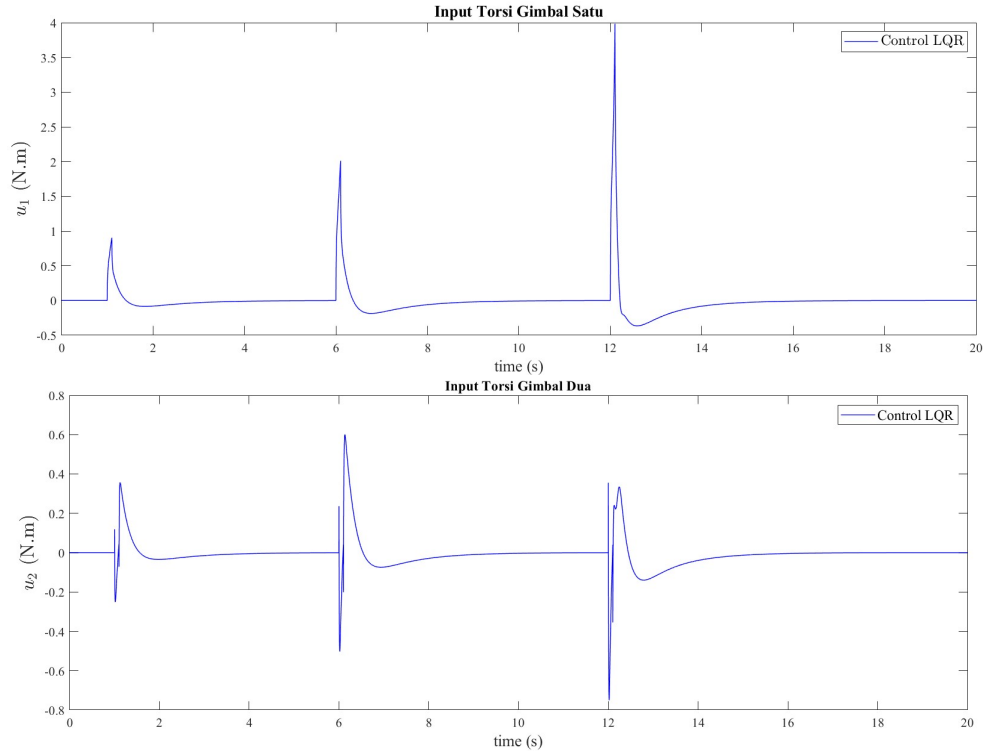


Gambar 4.6: Hasil *respons* kecepatan sudut *gimbal* terhadap *disturbance*

an sudut *gimbal* satu ( $\dot{\alpha}_1$ ) pada *Simscape-Multibody* meningkat hingga  $14.4 \text{ rad/s}$  dan kecepatan sudut *gimbal* dua ( $\dot{\alpha}_2$ ) meningkat hingga  $-16.6 \text{ rad/s}$ .

Gambar 4.7 merupakan hasil *input* berupa torsi pada *gimbal* untuk melawan torsi akibat *disturbance* pada detik ke-1 sebesar  $2 \text{ Nm}$ , kemudian detik ke-6 sebesar  $4 \text{ Nm}$  dan untuk yang terakhir detik ke-12 sebesar  $6 \text{ Nm}$ . Pada Gambar 4.7 terlihat bahwa garis merah menunjukkan hasil dari *Simscape-Multibody*, pada detik ke-1 torsi yang dibutuhkan *gimbal* membutuhkan torsi sebesar  $0.9 \text{ Nm}$  sebagai *input* pada sistem. Selanjutnya pada detik ke-6 torsi yang dibutuhkan *gimbal* membutuhkan torsi sebesar  $2 \text{ Nm}$  sebagai *input* pada sistem. dan untuk detik ke-12 torsi yang dibutuhkan *gimbal* membutuhkan torsi sebesar  $4 \text{ Nm}$  sebagai *input* pada sistem. Maka dari itu sistem dua giroskop dibutuhkan pembagian torsi agar dapat melawan torsi akibat *disturbance* yang terjadi pada *inverted pendulum*. Sesuai dengan Persamaan 2.2 bahwa untuk menghasilkan *precision torque* dibutuhkan kecepatan *gimbal* yang tinggi. Sistem dua giroskop yang memiliki dua *gimbal* dapat menghasilkan *precision torque* untuk melawan torsi akibat *disturbance* dan gravitasi, maka dari itu sistem dua giroskop lebih cepat ke titik *equilibrium*.

Sistem dua giroskop mempunyai nilai massa bodi yang lebih tinggi dibanding sistem satu giroskop. Sesuai dengan Persamaan 2.1, bahwa momentum sudut ber-



Gambar 4.7: Hasil  $input\ u_1$  dan  $u_2$  torsi gimbal terhadap *disturbance*

tujuan untuk menjaga posisi dari pendulum dan momentum sudut giroskop lebih besar dibandingkan dengan satu giroskop. Sistem dua giroskop lebih cepat kembali ke titik *equilibrium* dibandingkan dengan sistem satu giroskop. Sesuai dengan Persamaan 2.2 bahwa untuk menghasilkan torsi presisi dibutuhkan kecepatan gimbal yang tinggi. Sistem dua giroskop yang memiliki dua gimbal dapat menghasilkan torsi presisi untuk melawan torsi akibat gangguan dan gravitasi lebih besar dari sistem satu giroskop, maka dari itu sistem dua giroskop lebih cepat ke titik *equilibrium*. Hasil pada *sim scape*, torsi yang dibutuhkan gimbal membutuhkan torsi sebesar  $0.9\ Nm$  sebagai *input* pada sistem. Tetapi dari sisi *input* ( $u_i$ ) yang dibutuhkan untuk menyeimbangkan pendulum dua giroskop membutuhkan torsi yang lebih besar dibandingkan satu giroskop. Maka dari itu, sistem dua giroskop lebih boros dalam konsumsi listrik pada aplikasinya dibandingkan dengan satu giroskop untuk melawan torsi akibat gangguan yang sama.

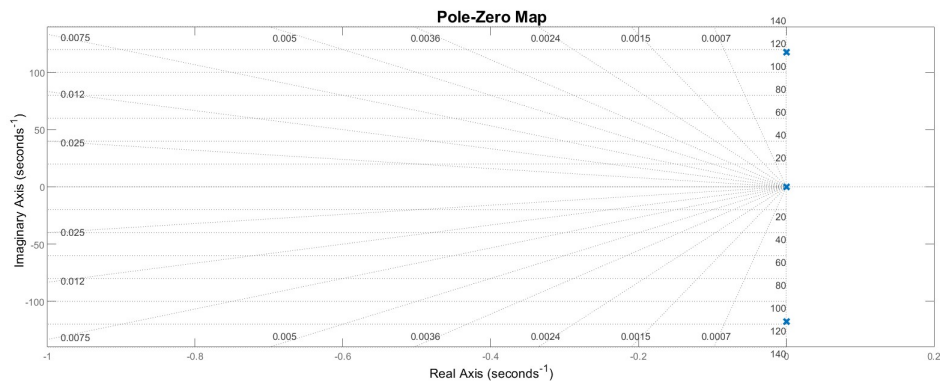
Sistem kendali yang telah didesain merupakan linearisasi pada sudut  $0^\circ$  untuk sudut pendulum dan kedua sudut gimbal pada penelitian ini. Ini menyebabkan sistem kendali yang dirancang hanya berlaku pada sudut yang mendekati  $0^\circ$ . Jika gangguan berupa torsi melebihi kemampuan CMG, maka sistem kendali tidak dapat mengembalikan semua *state* kembali ke titik *equilibrium*, yang mengakibatkan

gimbal berputar secara tidak beraturan.

## 4.2.6 Analisa Stabilitas Control LQR

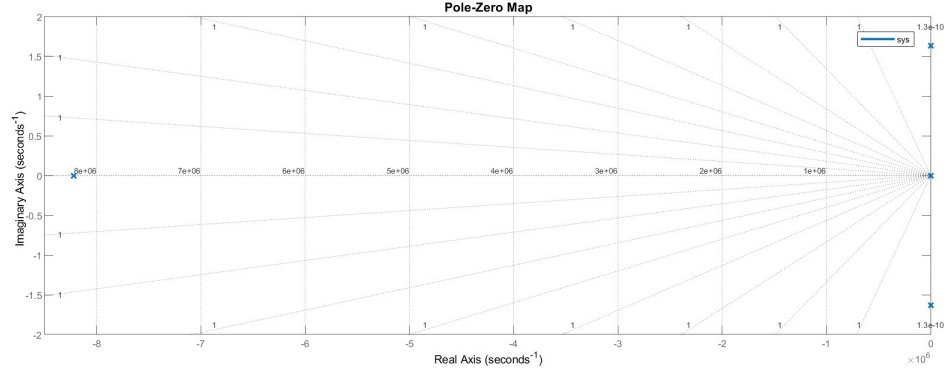
Pada penelitian ini digunakan analisa kestabilan menggunakan metode *root locus*. Metode *root locus* digunakan untuk mengetahui letak dari *pole* pada persamaan karakteristik dari sistem *inverted pendulum* berdasarkan perubahan *gain*-nya. Kestabilan dicapai ketika semua *pole* berada pada *Left Half Plane* (LHP).

Pada Gambar 4.8, terdapat *pole* yang berada pada sumbu *imaginer axis*. Hal tersebut mengakibatkan sistem menjadi *marginally stable* untuk semua nilai *gain K* dengan kata lain bersifat *natural response* tetap/konstan atau berosilasi. Sehingga untuk menstabilkan system diberikan sebuah nilai *pole negative* yang secara efektif membatalkan atau menghilangkan *pole* yang bernilai *positive* pada *real axis*. Efek dari penambahan sebuah *zero* tersebut yakni *gain* sistem dapat disesuaikan agar semua *zero* berada pada LHP agar sistem mencapai kestabilan. Gambar 4.9 menunjukkan efek dari penambahan *zero* pada sistem *inverted pendulum*, untuk nilai *gain* tertentu, sistem akan mencapai kestabilan.



Gambar 4.8: Analisa *Root locus* dari sistem *inverted pendulum* (1)

Mencari *eigenvalue* dari matriks  $(A - Bu \cdot K)$  dari sistem satu giroskopik *inverted pendulum* untuk mengetahui stabil atau tidak, dengan hasil *eigenvalue* matrik sistem sebagai berikut:



Gambar 4.9: Analisa *Root locus* dari sistem *inverted pendulum* (2)

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= -(8.22 + 0i) \times 10^6 \\ \lambda_2 &= -(8.22 + 0i) \times 10^6 \\ \lambda_3 &= -(0 + 0i) \times 10^6 \\ \lambda_4 &= -(0 + 0i) \times 10^6 \\ \lambda_5 &= -(0 - 0i) \times 10^6 \\ \lambda_6 &= -(0 + 0i) \times 10^6\end{aligned}$$

### 4.3 Desain Sistem Kendali LQG

Pada bagian pengendali *LQG* akan dirancang berdasarkan model analitik yang dijelaskan dalam Persamaan 3.23. Mengingat bahwa kita tidak memiliki *full access* ke *state vector*, tetapi hanya pada *measureable states*, kita membutuhkan *observer* untuk dapat mengestimasi *state vector*. *Kalman filter* digunakan untuk desain *LQG*, yang memanfaatkan *gain Kalman* dalam *stationarity*, kemudian setelah mengestimasi keseluruhan *state vector*, kita dapat menerapkan sistem kendali *LQR*. *Control nodes* dari pendekatan ini adalah matriks pembobotan dari masing-masing *cost function*, dengan memberikan *penalize* ke *control effort* dan *control error*.

#### 4.3.1 Desain Observer

Penggunaan *observer* bertujuan untuk mengestimasi semua *state* pada *inverted pendulum* dari *state* yang dapat diukur. Penelitian yang dilakukan ini yaitu mengetahui jumlah minimal *state vector* yang mampu melakukan pembacaan keseluruhan *state vector*. Parameter yang dilakukan pembacaan yaitu sudut *inverted pendulum* ( $\phi$ ), kecepatan sudut *inverted pendulum* ( $\dot{\phi}$ ), sudut *gimbal* ke-1 ( $\alpha_1$ ), kecepatan sudut *gimbal* ke-1 ( $\dot{\alpha}_1$ ), sudut *gimbal* ke-2 ( $\alpha_2$ ), kecepatan sudut *gimbal* ke-2 ( $\dot{\alpha}_2$ ).

Oleh karena itu digunakan *state observer* untuk mengestimasi semua *state* berdasarkan pengukuran *state* tersebut. Pada tahap awal simulasi dilakukan untuk mencari nilai  $Q_n$  dan  $R_n$  yang memenuhi kriteria keluaran sistem, dari beberapa kali pengujian menghasilkan nilai *gain*  $Q_n$  dan  $R_n$  sebagai berikut:

$$Q_n = \begin{bmatrix} 1e+04 & 0 \\ 0 & 1e+04 \end{bmatrix}$$

$$R_n = \begin{bmatrix} 1e-04 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1e-04 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1e-04 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1e-04 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1e-04 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1e-04 \end{bmatrix}$$

Setelah itu matriks  $Q_n$  dan  $R_n$  dimasukkan untuk menyelesaikan persamaan reduksi Riccati

$$AP + PA^T - AC^T R_n^{-1} CP + Q_n = 0$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 791.5 & 0 & 0 & -16 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 571.43 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -571.43 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} & P_{15} & P_{16} \\ P_{12} & P_{22} & P_{23} & P_{24} & P_{25} & P_{26} \\ P_{13} & P_{23} & P_{33} & P_{34} & P_{35} & P_{36} \\ P_{14} & P_{24} & P_{34} & P_{44} & P_{45} & P_{46} \\ P_{15} & P_{25} & P_{35} & P_{45} & P_{55} & P_{56} \\ P_{16} & P_{26} & P_{36} & P_{46} & P_{56} & P_{66} \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} & P_{15} & P_{16} \\ P_{12} & P_{22} & P_{23} & P_{24} & P_{25} & P_{26} \\ P_{13} & P_{23} & P_{33} & P_{34} & P_{35} & P_{36} \\ P_{14} & P_{24} & P_{34} & P_{44} & P_{45} & P_{46} \\ P_{15} & P_{25} & P_{35} & P_{45} & P_{55} & P_{56} \\ P_{16} & P_{26} & P_{36} & P_{46} & P_{56} & P_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 791.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 571.43 & 0 & -571.43 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -16 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} -$$

$$\begin{aligned}
& - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 791.5 & 0 & 0 & -16 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 571.43 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -571.43 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\
& \times \begin{bmatrix} 1e+04 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1e+04 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1e+04 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1e+04 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1e+04 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1e+04 \end{bmatrix} \\
& \times \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} & P_{15} & P_{16} \\ P_{12} & P_{22} & P_{23} & P_{24} & P_{25} & P_{26} \\ P_{13} & P_{23} & P_{33} & P_{34} & P_{35} & P_{36} \\ P_{14} & P_{24} & P_{34} & P_{44} & P_{45} & P_{46} \\ P_{15} & P_{25} & P_{35} & P_{45} & P_{55} & P_{56} \\ P_{16} & P_{26} & P_{36} & P_{46} & P_{56} & P_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} 1e+7 & 0 \\ 0 & 1e+7 \end{bmatrix} = 0
\end{aligned}$$

Dikarenakan banyaknya data yang ada pada perhitungan, dibutuhkan bantuan program komputer, dalam hal ini digunakan *MatLab*. Dari perhitungan tersebut diperoleh nilai matriks  $P$  yang mana meminimalkan kovarian steady-state error, sehingga *gain observer*  $L(t)$  didapatkan dengan persamaan 2.25, sehingga nilai *gain observer* :

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.6e+13 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.6e+13 \end{bmatrix}$$

#### 4.3.1.1 Sistem dengan Lima *state* Vector

Pada *inverted pendulum* hanya 5 buah *state* yang dapat diukur yaitu sudut *inverted pendulum* ( $\phi$ ), sudut *gimbal* ke-1 ( $\alpha_1$ ), kecepatan sudut *gimbal* ke-1 ( $\dot{\alpha}_1$ ), sudut *gimbal* ke-2 ( $\alpha_2$ ) dan kecepatan sudut *gimbal* ke-2 ( $\dot{\alpha}_2$ ) dimana hanya 1 *state* tidak dapat diukur, parameter yang tidak dibaca yaitu kecepatan sudut *inverted pendulum* ( $\dot{\phi}$ ), oleh karena itu digunakan *state observer* untuk mengestimasi semua *state* berdasarkan 5 pengukuran *state* tersebut.

Matrik  $Q_n$  dan  $R_n$  dibutuhkan untuk mendapatkan besarnya nilai *gain observer*  $L(t)$ , besar nilai dari matrik  $Q_n$ ,  $R_n$ ,  $L(t)$  dan  $K(t)$  adalah:

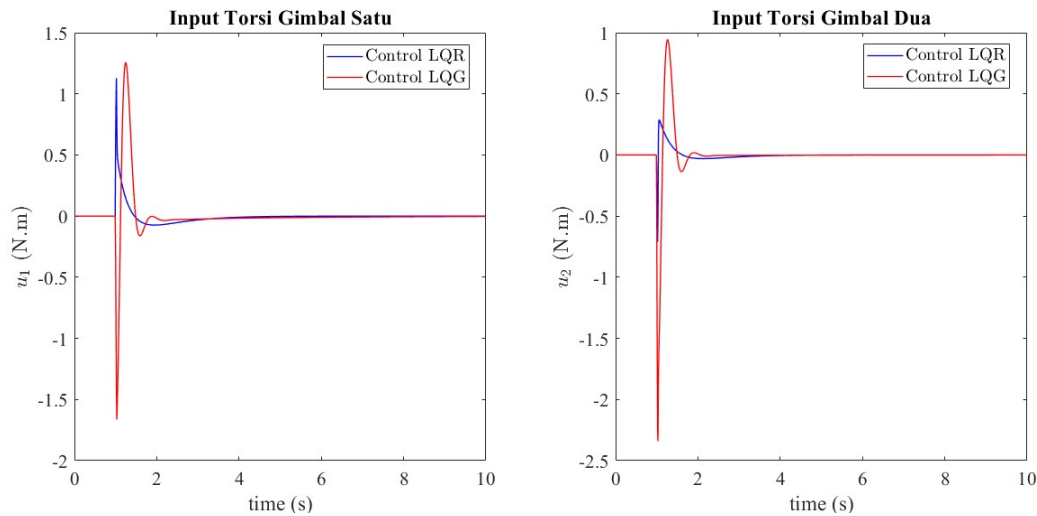
$$R_n = \begin{bmatrix} 1e-04 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1e-04 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1e-04 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1e-04 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1e-04 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2e-4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.6 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} -18.14 & -2.89 & 0.00 & 1.00 & 10.0 & 0.00 \\ 18.14 & 2.89 & 10.0 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$Q_n = \begin{bmatrix} 1e+04 & 0 \\ 0 & 1e+04 \end{bmatrix}$$

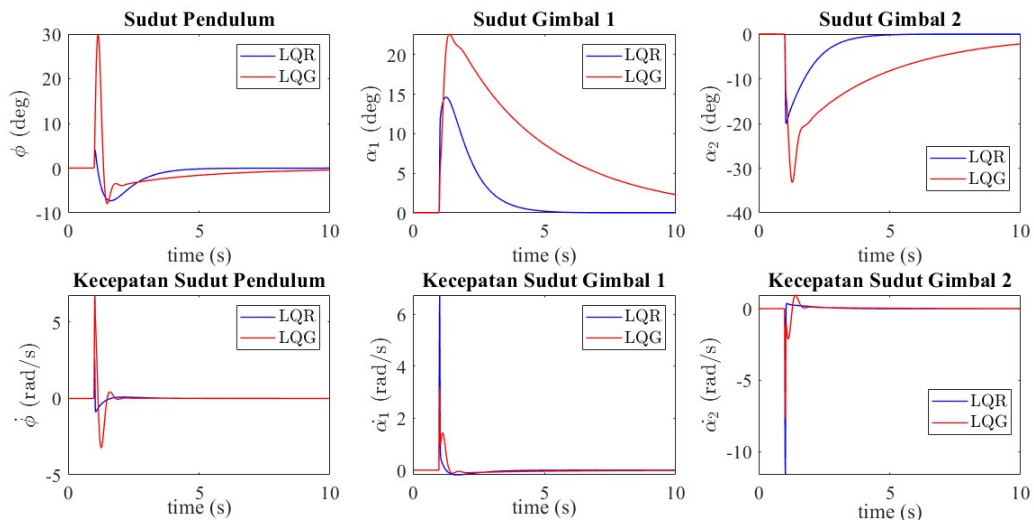
Percobaan yang dilakukan pada masing-masing simulasi yaitu memberikan disturbance sebesar 6 Nm pada waktu detik ke-1 selama 0,1 detik. Grafik *input* yang didapatkan dengan menggunakan lima *state vector* ditunjukkan oleh Gambar 4.10. Grafik berwarna biru menunjukkan *input* yang diberikan dengan menggunakan sistem kendali *LQR* sedangkan grafik berwarna merah merupakan *input* yang diberikan oleh sistem dengan menggunakan sistem kendali *LQG*.



Gambar 4.10: Grafik *input* sistem kendali *LQG* dengan menggunakan lima *state vector*



Dari Gambar 4.10 dapat dilihat bahwa *input* yang diberikan dengan sistem kendali *LQR* pada *gimbal* satu ( $u_1$ ) adalah sebesar 1.13 pada saat diberikan *disturbance*. Setelah itu kembali mengecil sehingga mendekati 0, sedangkan *input* yang diberikan pada *gimbal* dua ( $u_2$ ) adalah sebesar 0.74 pada saat diberikan *disturbance*, setelah itu kembali mengecil sehingga menjadi 0. *input* yang diberikan dengan sistem kendali *LQG* pada *gimbal* satu ( $u_1$ ) adalah sebesar 2.45 pada saat diberikan *disturbance*. Setelah itu kembali mengecil sehingga mendekati 0, sedangkan *input* yang diberikan pada *gimbal* dua ( $u_2$ ) adalah sebesar 1.66 pada saat diberikan *disturbance*, setelah itu kembali mengecil sehingga menjadi 0.



Gambar 4.11: Grafik *respon* sistem kendali *LQG* dengan menggunakan lima *state vector*

Dari *input* yang masuk ke dalam sistem seperti pada Gambar 4.10, didapatkan *respon* terhadap masing-masing parameter yang ditunjukkan oleh Gambar 4.11. Garis berwarna biru merupakan grafik dengan menggunakan sistem kendali *LQR*, sedangkan garis berwarna merah merupakan grafik dengan menggunakan sistem kendali *LQG*. Dari Gambar 4.11 dapat dilihat bahwa *respon* sudut pendulum ( $\phi$ ) terlihat hasil grafik dari *LQG* lebih tinggi dibandingkan *LQR*. Hasil grafik kendali *LQG* pada *disturbance* detik ke-1.1 dapat menahan sudut pendulum ( $\phi$ ) hingga 30 derajat dan hasil grafik *LQR* pada kondisi yang sama dapat menahan sudut pendulum ( $\phi$ ) hingga 7.27 derajat. Selanjutnya hasil grafik kendali *LQG* pada kecepatan sudut pendulum ( $\dot{\phi}$ ) pada *disturbance* detik ke-1.1 meningkat 7.11 *rad/s* dan untuk hasil grafik kendali *LQR* pada kondisi yang sama kecepatan sudut pendulum ( $\dot{\phi}$ ) meningkat 2.57 *rad/s*. Kemudian hasil pada grafik kendali *LQG* pada *disturbance* detik ke-1.1 untuk sudut *gimbal* satu ( $\alpha_1$ ) meningkat hingga 22.57 derajat. Hasil

pada kendali  $LQR$ , sudut *gimbal* satu ( $\alpha_1$ ) meningkat hingga 14.62 derajat. Hasil pada grafik kendali  $LQG$  untuk sudut *gimbal* dua ( $\alpha_2$ ) meningkat hingga 33.17 derajat dan untuk kendali  $LQR$ , sudut *gimbal* dua ( $\alpha_2$ ) meningkat hingga 20.11 derajat. Dan yang terakhir grafik kendali  $LQG$  untuk kecepatan sudut *gimbal* satu ( $\dot{\alpha}_1$ ) meningkat hingga 3.20  $rad/s$  dan kecepatan sudut *gimbal* dua ( $\dot{\alpha}_2$ ) meningkat hingga 7.72  $rad/s$ . Sedangkan hasil pada kendali  $LQR$ , kecepatan sudut *gimbal* satu ( $\dot{\alpha}_1$ ) meningkat hingga 6.74  $rad/s$  dan kecepatan sudut *gimbal* dua ( $\dot{\alpha}_2$ ) meningkat hingga 11.6  $rad/s$ . Pada *respon* sistem kendali *Inverted pendulum* dapat dilihat bahwa dengan metode kendali  $LQR$  lebih baik dikarenakan dibutuhkan nilai yang lebih kecil dengan waktu yang hampir sama untuk bisa kembali mencapai posisi ekuilibriumnya.

#### 4.3.1.2 Sistem dengan Empat *state* Vector

Pada *inverted pendulum* hanya 4 buah *state* yang dapat diukur yaitu sudut *inverted pendulum* ( $\phi$ ), sudut *gimbal* ke-1 ( $\alpha_1$ ), kecepatan sudut *gimbal* ke-1 ( $\dot{\alpha}_1$ ) dan sudut *gimbal* ke-2 ( $\alpha_2$ ) dimana 2 *state* lainnya tidak dapat diukur, parameter yang tidak dibaca yaitu kecepatan sudut *inverted pendulum* ( $\dot{\phi}$ ) dan kecepatan sudut *gimbal* ke-2 ( $\dot{\alpha}_2$ ), oleh karena itu digunakan *state observer* untuk mengestimasi semua *state* berdasarkan 4 pengukuran *state* tersebut.

Matrik  $Q_n$  dan  $R_n$  dibutuhkan untuk mendapatkan besarnya nilai *gain observer*  $L(t)$ , besar nilai dari matrik  $Q_n$ ,  $R_n$ ,  $L(t)$  dan  $K(t)$  adalah:

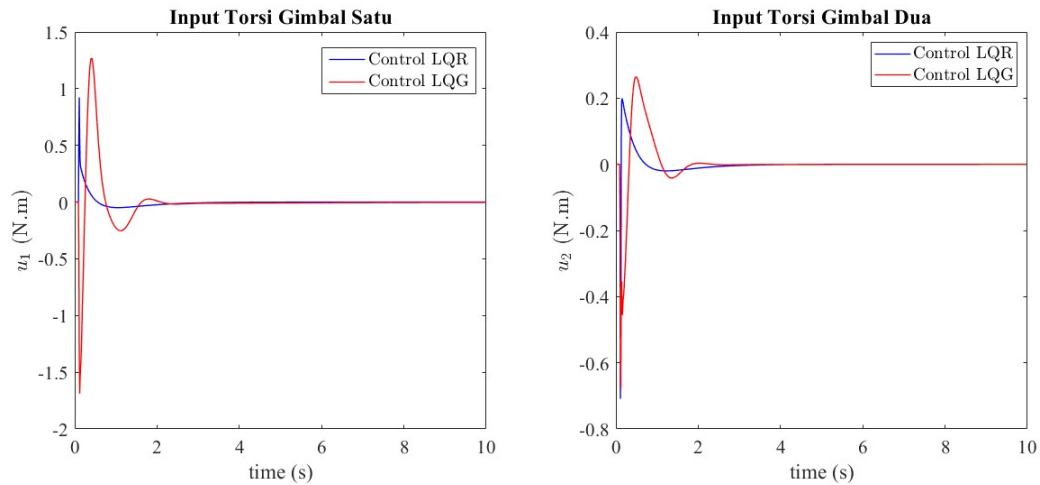
$$R_n = \begin{bmatrix} 1e-04 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1e-04 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1e-04 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1e-04 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6e+6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8.2219e+10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8.2219e+10 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} -18.14 & -2.89 & 0.00 & 1.00 & 10.0 & 0.00 \\ 18.14 & 2.89 & 10.0 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$Q_n = \begin{bmatrix} 1e+04 & 0 \\ 0 & 1e+04 \end{bmatrix}$$

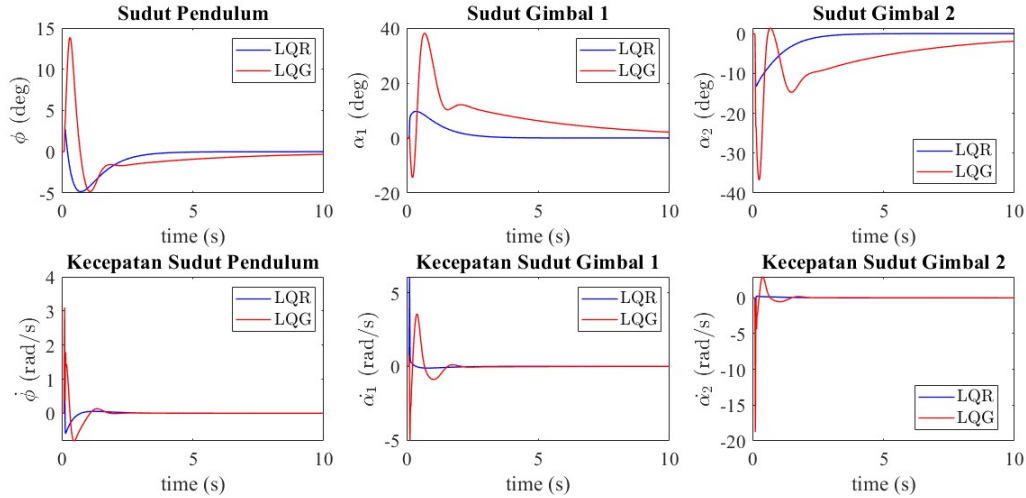
Grafik *input* yang didapatkan dengan menggunakan empat *state vector* ditunjukkan oleh Gambar 4.12. Grafik berwarna biru menunjukkan *input* yang diberikan dengan menggunakan sistem kendali *LQR* sedangkan grafik berwarna merah merupakan *input* yang diberikan oleh sistem dengan menggunakan sistem kendali *LQG*.



Gambar 4.12: Grafik *input* sistem kendali *LQG* dengan menggunakan empat *state vector*

Dari Gambar 4.12 dapat dilihat bahwa *input* yang diberikan dengan sistem kendali *LQR* pada *gimbal* satu ( $u_1$ ) adalah sebesar 0.93 pada saat diberikan *disturbance*. Setelah itu kembali mengecil sehingga mendekati 0, sedangkan *input* yang diberikan pada *gimbal* dua ( $u_2$ ) adalah sebesar 0.80 pada saat diberikan *disturbance*, setelah itu kembali mengecil sehingga menjadi 0. *input* yang diberikan dengan sistem kendali *LQG* pada *gimbal* satu ( $u_1$ ) adalah sebesar 1.69 pada saat diberikan *disturbance*. Setelah itu kembali mengecil sehingga mendekati 0, sedangkan *input* yang diberikan pada *gimbal* dua ( $u_2$ ) adalah sebesar 0.72 pada saat diberikan *disturbance*, setelah itu kembali mengecil sehingga menjadi 0.

Dari *input* yang masuk ke dalam sistem seperti pada Gambar 4.12, didapatkan *respon* terhadap masing-masing parameter yang ditunjukkan oleh Gambar 4.13. Garis berwarna biru merupakan grafik dengan menggunakan sistem kendali *LQR*, sedangkan garis berwarna merah merupakan grafik dengan menggunakan sistem kendali *LQG*. Dari Gambar 4.13 dapat dilihat bahwa *respon* sudut pendulum ( $\phi$ ) terlihat hasil grafik dari *LQG* lebih tinggi dibandingkan *LQR*. Hasil grafik kendali *LQG* pada *disturbance* detik ke-1.1 dapat menahan sudut pendulum ( $\phi$ ) hingga 13.86 derajat dan hasil grafik *LQR* pada kondisi yang sama dapat menahan sudut pendulum ( $\phi$ ) hingga 2.86 derajat. Selanjutnya hasil grafik kendali *LQG* pada kecepatan sudut pendulum ( $\dot{\phi}$ ) pada *disturbance* detik ke-1.1 meningkat 3.12 *rad/s*



Gambar 4.13: Grafik *respon* sistem kendali *LQG* dengan menggunakan empat *state vector*

dan untuk hasil grafik kendali *LQR* pada kondisi yang sama kecepatan sudut pendulum ( $\dot{\phi}$ ) meningkat  $2.55 \text{ rad/s}$ . Kemudian hasil pada grafik kendali *LQG* pada *disturbance* detik ke-1.1 untuk sudut gimbal satu ( $\alpha_1$ ) meningkat hingga  $37.81$  derajat. Hasil pada kendali *LQR*, sudut gimbal satu ( $\alpha_1$ ) meningkat hingga  $9.68$  derajat. Hasil pada grafik kendali *LQG* untuk sudut gimbal dua ( $\alpha_2$ ) meningkat hingga  $36.72$  derajat dan untuk kendali *LQR*, sudut gimbal dua ( $\alpha_2$ ) meningkat hingga  $13.29$  derajat. Dan yang terakhir grafik kendali *LQG* untuk kecepatan sudut gimbal satu ( $\dot{\alpha}_1$ ) meningkat hingga  $5.3 \text{ rad/s}$  dan kecepatan sudut gimbal dua ( $\dot{\alpha}_2$ ) meningkat hingga  $20.4 \text{ rad/s}$ . Sedangkan hasil pada kendali *LQR*, kecepatan sudut gimbal satu ( $\dot{\alpha}_1$ ) meningkat hingga  $6.16 \text{ rad/s}$  dan kecepatan sudut gimbal dua ( $\dot{\alpha}_2$ ) meningkat hingga  $10.9 \text{ rad/s}$ . Pada *respon* sistem kendali *Inverted pendulum* dapat dilihat bahwa dengan metode kendali *LQR* lebih baik dikarenakan dibutuhkan nilai yang lebih kecil dengan waktu yang hampir sama untuk bisa kembali mencapai posisi ekuilibriumnya.

#### 4.3.1.3 Sistem dengan Tiga *state Vector*

Pada *inverted pendulum* hanya 3 buah *state* yang dapat diukur yaitu sudut *inverted pendulum* ( $\phi$ ), sudut gimbal ke-1 ( $\alpha_1$ ), dan sudut gimbal ke-2 ( $\alpha_2$ ) dimana 3 *state* lainnya tidak dapat diukur, parameter yang tidak dibaca yaitu kecepatan sudut *inverted pendulum* ( $\dot{\phi}$ ), kecepatan sudut gimbal ke-1 ( $\dot{\alpha}_1$ ) dan kecepatan sudut gimbal ke-2 ( $\dot{\alpha}_2$ ), oleh karena itu digunakan *state observer* untuk mengestimasi semua *state* berdasarkan 3 pengukuran *state* tersebut.

Matrik  $Q_n$  dan  $R_n$  dibutuhkan untuk mendapatkan besarnya nilai *gain observer*  $L(t)$ , besar nilai dari matrik  $Q_n$ ,  $R_n$ ,  $L(t)$  dan  $K(t)$  adalah:

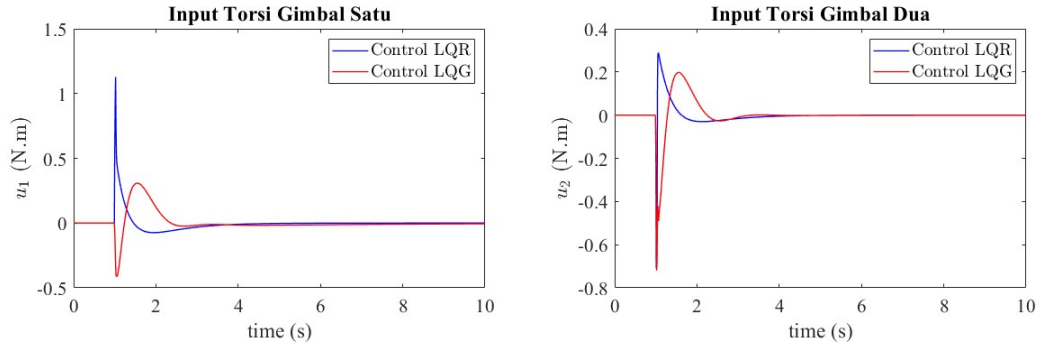
$$R_n = \begin{bmatrix} 1e-04 & 0 & 0 \\ 0 & 1e-04 & 0 \\ 0 & 0 & 1e-04 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6e+6 & 6e+6 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8.2219e+10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8.2219e+10 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} -18.14 & -2.89 & 0.00 & 1.00 & 10.0 & 0.00 \\ 18.14 & 2.89 & 10.0 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{bmatrix}$$

$$Q_n = \begin{bmatrix} 1e+04 & 0 \\ 0 & 1e+04 \end{bmatrix}$$

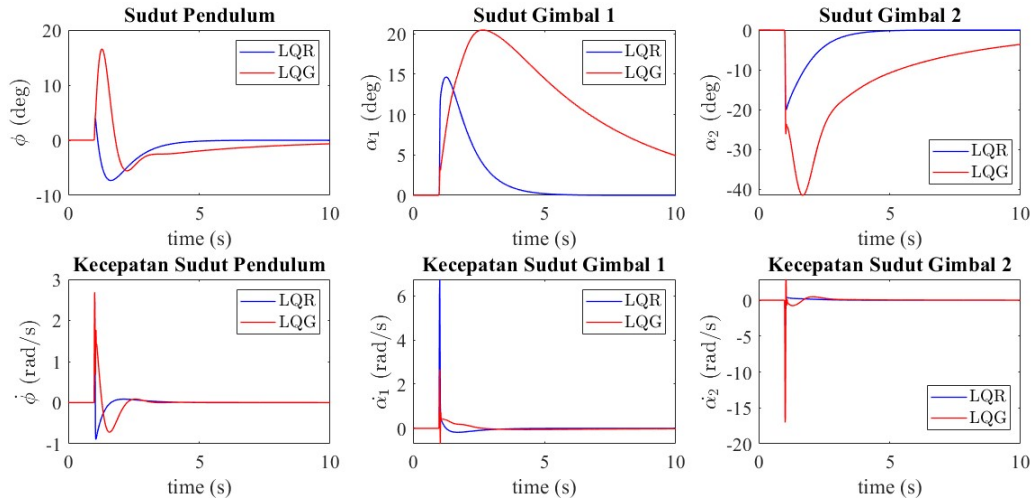
Grafik *input* yang didapatkan dengan menggunakan tiga *state vector* ditunjukkan oleh Gambar 4.14. Grafik berwarna biru menunjukkan *input* yang diberikan dengan menggunakan sistem kendali *LQR* sedangkan grafik berwarna merah merupakan *input* yang diberikan oleh sistem dengan menggunakan sistem kendali *LQG*.



Gambar 4.14: Grafik input sistem kendali *LQG* dengan menggunakan tiga *state vector*

Dari Gambar 4.14 dapat dilihat bahwa *input* yang diberikan dengan sistem kendali *LQR* pada *gimbal* satu ( $u_1$ ) adalah sebesar 1.13 pada saat diberikan *disturbance*. Setelah itu kembali mengecil sehingga mendekati 0, sedangkan *input* yang diberikan pada *gimbal* dua ( $u_2$ ) adalah sebesar 0.74 pada saat diberikan *disturbance*, setelah itu kembali mengecil sehingga menjadi 0. *input* yang diberikan dengan sistem kendali *LQG* pada *gimbal* satu ( $u_1$ ) adalah sebesar 0.411 pada saat diberikan *disturbance*. Setelah itu kembali mengecil sehingga mendekati 0, sedangkan

*input* yang diberikan pada *gimbal* dua ( $u_2$ ) adalah sebesar 0.74 pada saat diberikan *disturbance*, setelah itu kembali mengecil sehingga menjadi 0.



Gambar 4.15: Grafik *respon* sistem kendali *LQG* dengan menggunakan tiga *state vector*

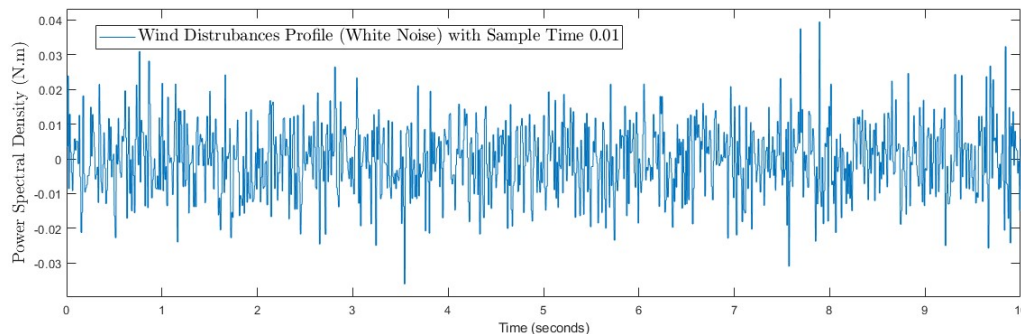
Dari *input* yang masuk ke dalam sistem seperti pada Gambar 4.14, didapatkan *respon* terhadap masing-masing parameter yang ditunjukkan oleh Gambar 4.15. Garis berwarna biru merupakan grafik dengan menggunakan sistem kendali *LQR*, sedangkan garis berwarna merah merupakan grafik dengan menggunakan sistem kendali *LQG*. Dari Gambar 4.15 dapat dilihat bahwa *respon* sudut pendulum ( $\phi$ ) terlihat hasil grafik dari *LQG* lebih tinggi dibandingkan *LQR*. Hasil grafik kendali *LQG* pada *disturbance* detik ke-1.1 dapat menahan sudut pendulum ( $\phi$ ) hingga 16.55 derajat dan hasil grafik *LQR* pada kondisi yang sama dapat menahan sudut pendulum ( $\phi$ ) hingga 4.18 derajat. Selanjutnya hasil grafik kendali *LQG* pada kecepatan sudut pendulum ( $\dot{\phi}$ ) pada *disturbance* detik ke-1.1 meningkat 2.79 *rad/s* dan untuk hasil grafik kendali *LQR* pada kondisi yang sama kecepatan sudut pendulum ( $\dot{\phi}$ ) meningkat 2.57 *rad/s*. Kemudian hasil pada grafik kendali *LQG* pada *disturbance* detik ke-1.1 untuk sudut *gimbal* satu ( $\alpha_1$ ) meningkat hingga 20.45 derajat. Hasil pada kendali *LQR*, sudut *gimbal* satu ( $\alpha_1$ ) meningkat hingga 14.61 derajat. Hasil pada grafik kendali *LQG* untuk sudut *gimbal* dua ( $\alpha_2$ ) meningkat hingga 41.53 derajat dan untuk kendali *LQR*, sudut *gimbal* dua ( $\alpha_2$ ) meningkat hingga 20.11 derajat. Dan yang terakhir grafik kendali *LQG* untuk kecepatan sudut *gimbal* satu ( $\dot{\alpha}_1$ ) meningkat hingga 2.82 *rad/s* dan kecepatan sudut *gimbal* dua ( $\dot{\alpha}_2$ ) meningkat hingga 18.1 *rad/s*. Sedangkan hasil pada kendali *LQR*, kecepatan sudut *gimbal* satu ( $\dot{\alpha}_1$ ) meningkat hingga 6.71 *rad/s* dan kecepatan sudut *gimbal* dua ( $\dot{\alpha}_2$ ) meningkat hingga 11.6 *rad/s*. Pada *respon* sistem kendali *Inverted pendulum* dapat

dilihat bahwa dengan metode kendali  $LQR$  lebih baik dikarenakan dibutuhkan nilai yang lebih kecil dengan waktu yang hampir sama untuk bisa kembali mencapai posisi ekuilibriumnya.

### 4.3.2 Kalman Filter

*Kalman filter* ini tak lain adalah hanya sebuah estimator yang dapat mengestimasi *state* dari *output/sensor plant* yang kotor oleh *noise*. Diagram blok estimator dapat dilihat dalam Gambar 3.5 dengan estimasi *state*  $x(t)$  dinotasikan oleh  $\hat{x}(t)$ , maka estimator didefinisikan seperti pada persamaan 2.23 dan untuk mendapatkan nilai *gain observer*  $L(t)$  dibutuhkan matriks  $Q_n$  dan  $R_n$  yang merepresentasikan *disturbance* pada sistem dan *noise* sensor.

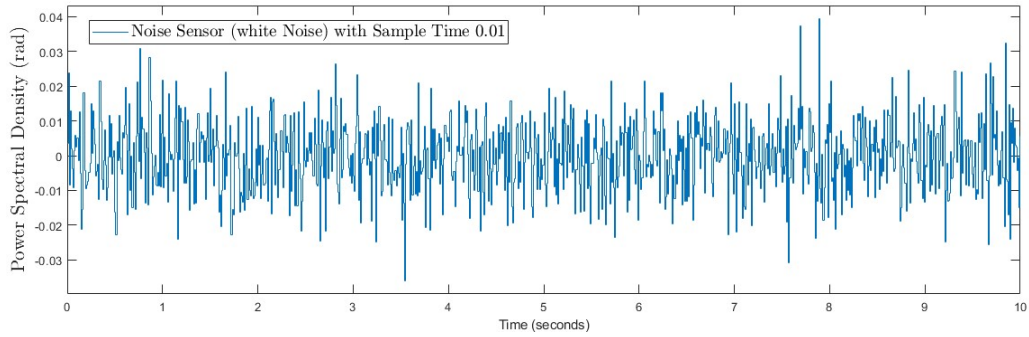
Setelah didapatkan *gain LQR* dan estimator, maka  $LQG$  dapat disusun sesuai dengan diagram blok dalam Gambar 3.5  $B_w(t)$  adalah *noise* proses berupa torsi input ke sistem *inverted pendulum*, sedangkan  $v(t)$  adalah *noise* dari sensor. Kontrol optimal  $u(t)$  yang dihasilkan kontrol  $LQG$  adalah  $u(t) = -K \cdot \hat{x}(t)$ . Perancangan  $LQG$  diperlukan suatu masukan yang dikenakan pada sistem dengan memasukkan nilai-nilai matrik *plant*, *gain* kendali sistem  $K(t)$  dan *gain observer*  $L(t)$  ke dalam diagram blok. Hasil *respon* sistem dengan menggunakan  $LQG$  ketika sistem *inverted pendulum* diberikan *initial condition* 30 derajat pada *revolute joint* dan *noise* sensor. Sinyal *noise* diambil dari data dari spesifikasi toleransi accurasi pembacaan sensor dengan nilai  $\pm 0.0573^\circ \approx \pm 0.001 \text{ rad}$ , sehingga range *noise* sensor untuk sistem dibuat  $\pm 0.573^\circ \approx \pm 0.01 \text{ rad}$ . Adapun *disturbance* dapat dilihat dalam Gambar 4.16 dan *noise* sensor diberikan dalam Gambar 4.17 :



Gambar 4.16: *Noise* Proses

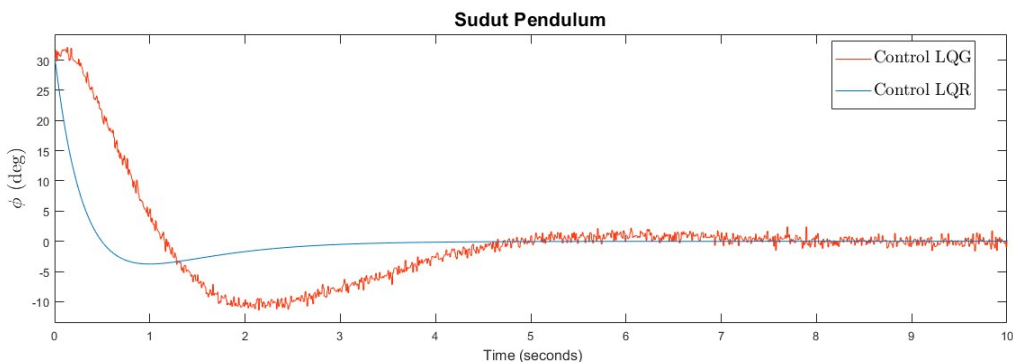
Setelah dilakukan percobaan untuk mencari *gain observer* maka diperoleh pembobot  $Q_n$  dan  $R_n$  untuk *gain kalman filter*, dengan *gain* tersebut *observer* dapat





Gambar 4.17: *Noise Sensor*

mengikuti *state* keluaran dari sudut pendulum, pada waktu tersebut *observer* dapat mengikuti keluaran baik pada amplitude maupun frekuensi.

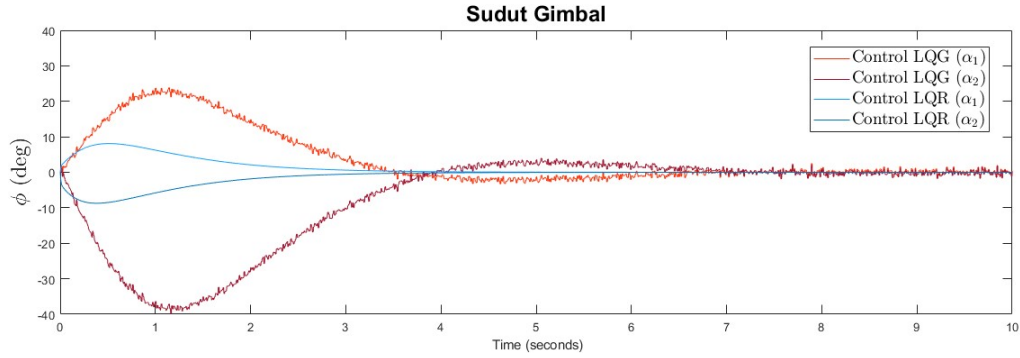


Gambar 4.18: Hasil *respon* sudut pendulum dengan *kalman filter*

Simulasi dengan sistem kendali *LQG* dianggap telah mencapai keadaan setimbang. *Disturbance* yang diberikan pada sistem dalam mode ini adalah *disturbance* berupa laju tekanan angin dan *noise sensor*. Hasil simulasi dapat dilihat dalam Gambar 4.18.

Pada *respons* posisi *gimbal*, *observer* mampu mengikuti keluaran *state* hal itu berkaitan dengan *noise* yang diberikan dimana pada *respon* posisi sudut *gimbal* berge-ser dengan amplitude  $\pm 30$  derajat dengan gangguan *noise proses* dengan *variance*  $\pm 0.01$  rad yang berarti akan mengganggu posisi sudut *gimbal* berkisar pada  $\pm 0.573$  derajat. Gambar 4.19 menunjukkan bahwa *observer* dapat mengikuti keluaran dengan waktu 4 detik dimana pada waktu tersebut keluaran *observer* dapat mengikuti frekuensi keluaran pada *state* posisi.



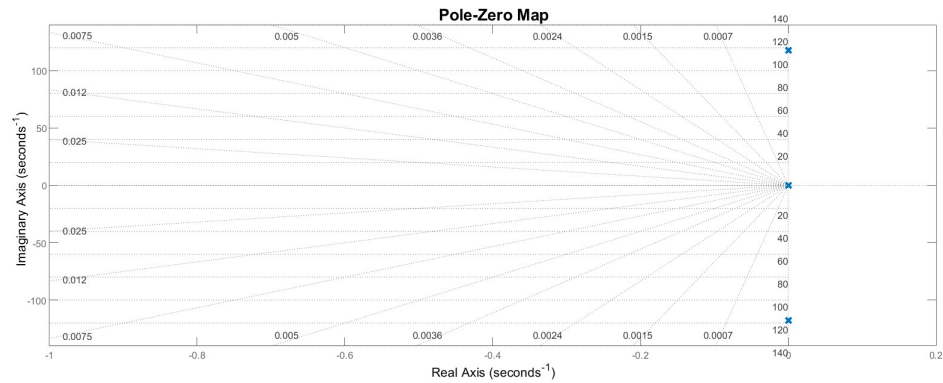


Gambar 4.19: Hasil *respon* posisi *gimbal* dengan *kalman filter*

### 4.3.3 Analisa Stabilitas Control LQG

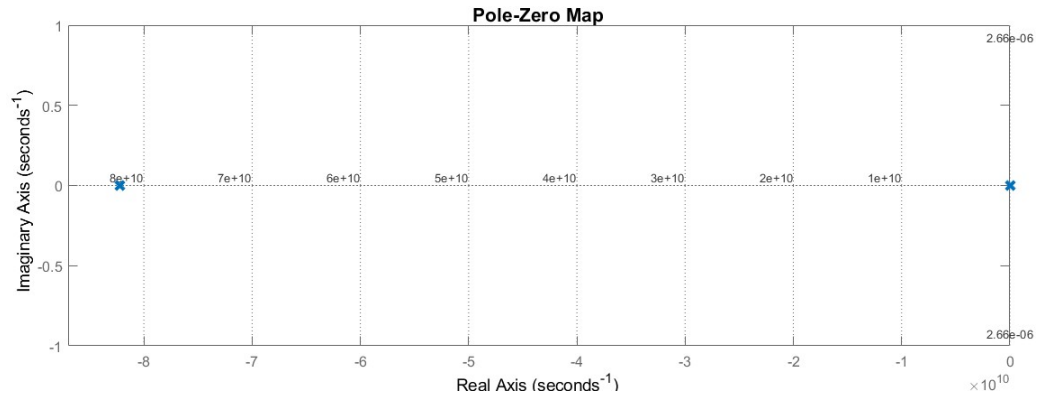
Pada penelitian ini digunakan analisa kestabilan menggunakan metode *root locus*. Metode *root locus* digunakan untuk mengetahui letak dari *pole* pada persamaan karakteristik dari sistem *inverted pendulum* berdasarkan perubahan *gain*-nya. Kestabilan dicapai ketika semua *pole* berada pada *Left Half Plane* (LHP).

Pada Gambar 4.20, terdapat *pole* yang berada pada sumbu *imaginer axis*. Hal tersebut mengakibatkan sistem menjadi *marginally stable* untuk semua nilai *gain K* dengan kata lain bersifat *natural response* tetap/konstan atau berosilasi. Sehingga untuk menstabilkan system diberikan sebuah nilai *pole negative* yang secara efektif membatalkan atau menghilangkan *pole* yang bernilai *positive* pada *real axis*. Efek dari penambahan sebuah *zero* tersebut yakni *gain* sistem dapat disesuaikan agar semua *zero* berada pada LHP agar sistem mencapai kestabilan. Gambar 4.21 menunjukkan efek dari penambahan *zero* pada sistem *inverted pendulum*, untuk nilai *gain* tertentu, sistem akan mencapai kestabilan.



Gambar 4.20: Sistem open-loop *inverted pendulum*

Mencari *eigenvalue* dari matriks  $(A - L \cdot C)$  dari sistem satu giroskopik *inverted*



Gambar 4.21: Sistem Close-loop *inverted pendulum*

*pendulum* untuk mengetahui stabil atau tidak, dengan hasil *eigenvalue* matrik sistem sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= -(0 + 0i) \times 10^{10} \\ \lambda_2 &= -(0 + 0i) \times 10^{10} \\ \lambda_3 &= -(8.22 + 0i) \times 10^6 \\ \lambda_4 &= -(8.22 + 0i) \times 10^6 \\ \lambda_5 &= -(0 - 0i) \times 10^6 \\ \lambda_6 &= -(0 + 0i) \times 10^6\end{aligned}$$

## Bab 5

# KESIMPULAN DAN SARAN

### 5.1 Kesimpulan

Dari hasil dan pembahasan yang telah dilakukan dapat ditarik beberapa kesimpulan mengenai performa sistem *inverted pendulum* dengan kendali *LQR* dan *LQG* adalah sebagai berikut:

1. Telah didapatkan model fisik untuk sistem giroskopik *inverted pendulum* dengan dua giroskop. Berdasarkan hasil analisis teoritis dan simulasi dengan variasi kecepatan putar pada *flywheel* menunjukkan bahwa semakin besar putaran *flywheel* akan menyebabkan respons yang lebih cepat ke posisi *equilibrium*. Sistem dua giroskop mempunyai respons lebih baik dan lebih cepat dalam menjaga posisi *equilibrium* pada *inverted pendulum*.
2. Performa sistem kendali *LQR* dan *LQG* pada sistem giroskopik *inverted pendulum* membuat hasil respons yang lebih baik. Stabilisasi *inverted pendulum* dengan dua giroskop membutuhkan waktu 2-4 detik.
3. Dari hasil pengujian sistem kendali yang telah dirancang pada simulasi, dapat diambil kesimpulan bahwa metode kontrol *LQR* dan *LQG* berbasis *observer* dengan performansi yang dapat membuat posisi sudut *gimbal* bergerak sesuai sinyal referensi dengan tetap mempertahankan batang *inverted pendulum* di sekitar 0 derajat. Namun saat implementasi pada *plant* nyata, letak *pole observer* harus diperhatikan, yaitu harus terletak di sebelah kiri *pole* sistem.

### 5.2 Saran

Saran dari penelitian sistem giroskopik *inverted pendulum* adalah sebagai berikut:

1. Pengujian eksperimen dibutuhkan untuk mendapatkan beberapa parameter sistem yang lebih akurat, untuk realisasi dari penelitian ini perubahan sudut

*gimbal* ( $\alpha$ ) maksimal adalah  $45^\circ$ . Sudut gimbal ( $\alpha$ ) maksimal sebesar  $45^\circ$  dimaksudkan untuk keamanan pada saat pengoperasian dan kemampuan untuk menjaga posisi titik *equilibrium* yang lebih baik.

2. Saran untuk penelitian selanjutnya adalah menggabungkan metode kontrol *LQR* atau *LQG* dengan penentuan nilai matriks pembobot  $Q$  dan  $R$ , pemilihan matrix ini tergantung dari seberapa besar pengaruh  $y(t)$  dan  $u(t)$  yang diinginkan pada *cost function* agar terdapat jaminan letak *pole observer* dan sistem kontrol dapat diimplementasikan. Selain itu, model gaya gesek tidak diabaikan sehingga didapat hasil simulasi yang lebih menyerupai sistem nyata.

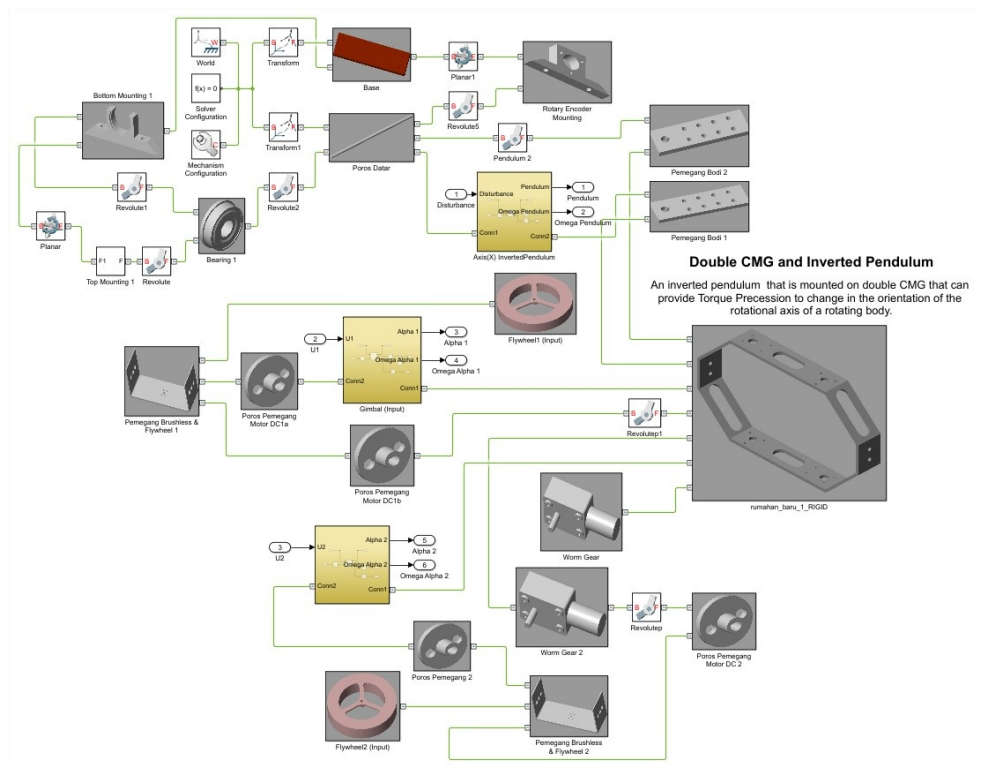
## DAFTAR PUSTAKA

- H. S. Abbas, A. Ali, S. M. Hashemi, and H. Werner. Lpv state-feedback control of a control moment gyroscope. *Control Engineering Practice*, 24(129-137), 2014.
- Badan Pusat Statistik BPS. *Statistik Transportasi Darat 2015*, 2016.
- Dephub. *Direktorat Jenderal Perhubungan Darat Admin*. Kementerian Perhubungan Republik Indonesia, <http://hubdat.dephub.go.id/berita/988-72-persen-kecelakaan-jalan-raja-melibatkan-sepeda-motor>, April 2017.
- E. Aranda Escolástico, M. Guinaldo, F. Gordillo, and S. Dormido. A novel approach to periodic event-triggered control: Design and application to the inverted pendulum. *ISA Transactions*, 65(327-338), 2016.
- H. Meier Zu Farwig and H. Unbehauen. Discrete computer control of a triple-inverted pendulum. *Optimal Control Application & Methods*, 140(157-171), 1990.
- S. I. Han and J. M. Lee. Balancing and velocity control of a unicycle robot based on the dynamic model. *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, 62(1):405–413, 2015.
- C. Hoffmann and H. Werner. Lft-lpv modeling and control of a control moment gyroscope. *IEEE 54th Annual Conference on Decision and Control (CDC)*, 2015. ISSN Osaka.
- R. Iriarte, L. T. Aguilar, and L. Fridman. Second order sliding mode tracking controller for inertia wheel pendulum. *Journal of the Franklin Institute*, 350(96-106), 2013.
- H. Jin, D. Yang, Z. Liu, X. Zang, G. Li, and Y. Zhu. A gyroscope-based inverted pendulum with application to posture stabilization of bicycle vehicle. *2015 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, pages 2103–2108, December 2015. doi: 10.1109/ROBIO.2015.7419084.
- Stefanus Ranga Kristiadi. *Pengaruh Jumlah Sensor pada Low Bandwidth Active Suspension*. Departemen Teknik Mesin, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, July 2014.
- J. Lee, S. Han, and J. Lee. Decoupled dynamic control for pitch and roll axes of the unicycle robot. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 60(9):3814–3822, 2013.
- J. Mayr, F. Spanlang, and H. Gattringer. Mechatronic design of a self-balancing three-dimensional inertia wheel pendulum. *Mechatronics*, 30(1-10), 2015.

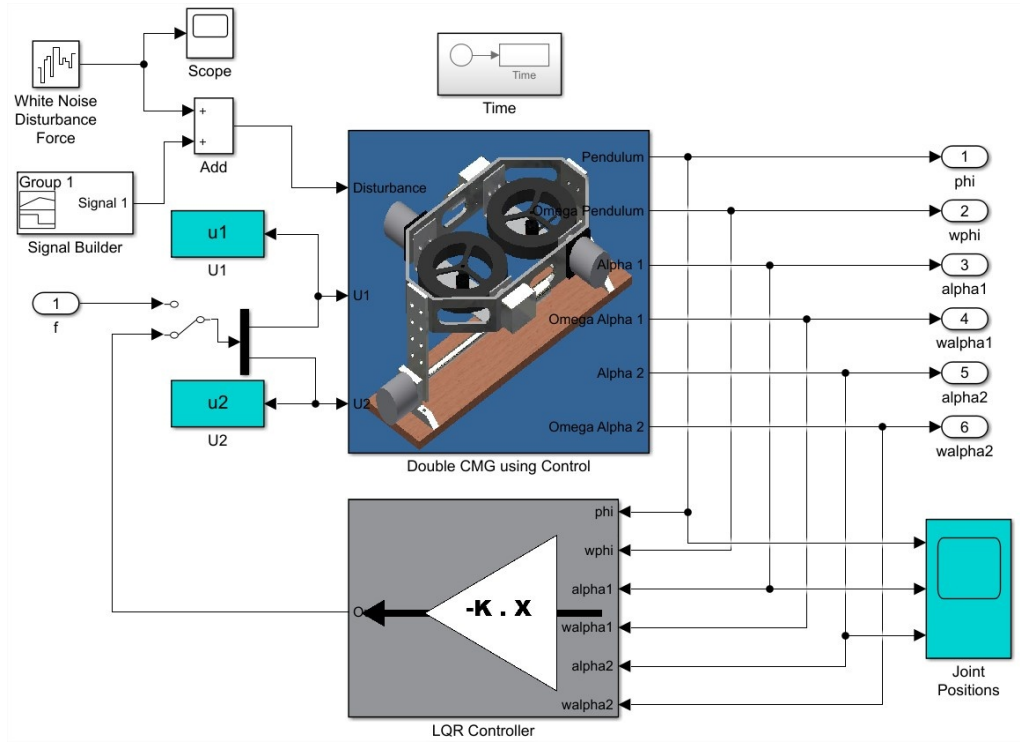
- William J. Mitchell. Mobility on demand future of transportation in cities. *MIT Media Laboratory*, 1(11):32, June 2008. Mobility-on-demand systems may use a single vehicle type.
- S. Nishitatenno and P. J. Burke. The motorcycle kuznets curve. *Journal of Transport Geography*, 2014.
- M. Olivares and P. Albertos. Linear control of the flywheel inverted pendulum. *ISA Transactions*, 53(1396-1403), 2014.
- P. Ordaz and A. Poznyak. Adaptive-robust stabilization of the furuta pendulum via attractive ellipsoid method. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 19(512-531), 2009.
- P. Ordaz and A. Poznyak. Adaptive-robust stabilization of the furuta pendulum via attractive ellipsoid method. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 138, 2016.
- M. F. P. Polo, M. P. Molina, and J. G. Chica. Swing-up and positioning control of an inverted wheeled cart pendulum system with chaotic balancing motions. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 47(655-665), 2012.
- G. Pujol and L. Acho. Stabilization of the furuta pendulum with backlash using  $\mathcal{H}_\infty$  lmi technique experimental validation. *Asian Jurnal of Control*, 12(460-467), 2010.
- Stephen C. Spry and Anouck R. Girard. Gyroscopic stabilization of unstable vehicles. *Configurations, dynamics, and control*, 2008.
- Erwin Susanto, Ig. Prasetya Dwi Wibawa, Agung Surya Wibowo, and Cahyantari Ekaputri. *Pengantar Kontrol Maju*. Fakultas Teknik Elektro, Universitas Telkom, Bandung, 2015.
- C. A. Woodham and H. Su. A computational investigation of pole-zero cancellation for a double inverted pendulum. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 140(823-836), 2002.
- J. Yi, N. Yubazaki, and K. Hirota. Stabilization control of series-type double inverted pendulum systems using the sirms dynamically connected fuzzy inference model. *Artificial Intelligence in Engineering*, 15(297-308), 2001.
- M. Yue, S. Wang, and J.-Z. Sun. Simultaneous balancing and trajectory tracking control for two-wheeled inverted pendulum vehicles: A composite control approach. *Neurocomputing*, 191(44-54), 2016.

## Lampiran

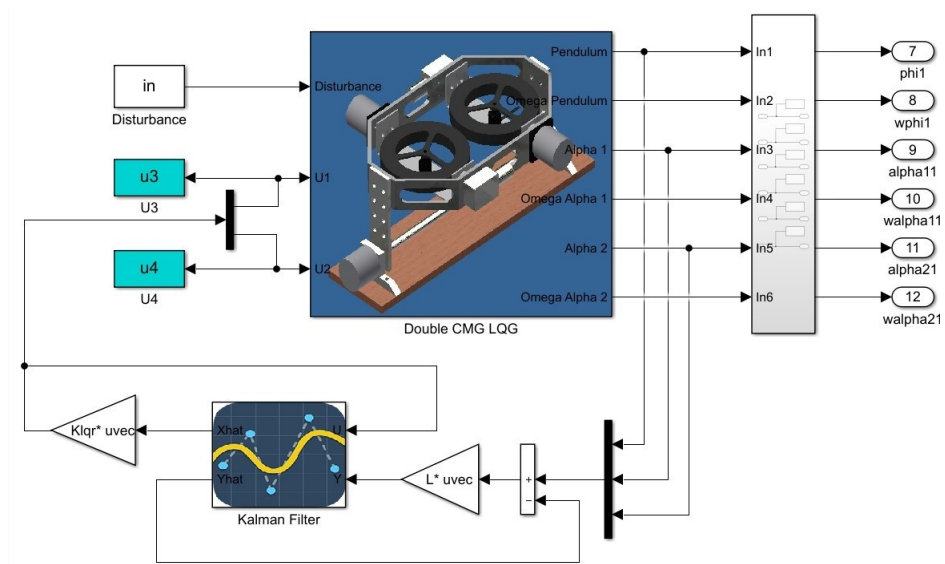
### Simulink Models



Gambar A.1: Model *inverted pendulum* dengan double CMG menggunakan Simscape Multibody

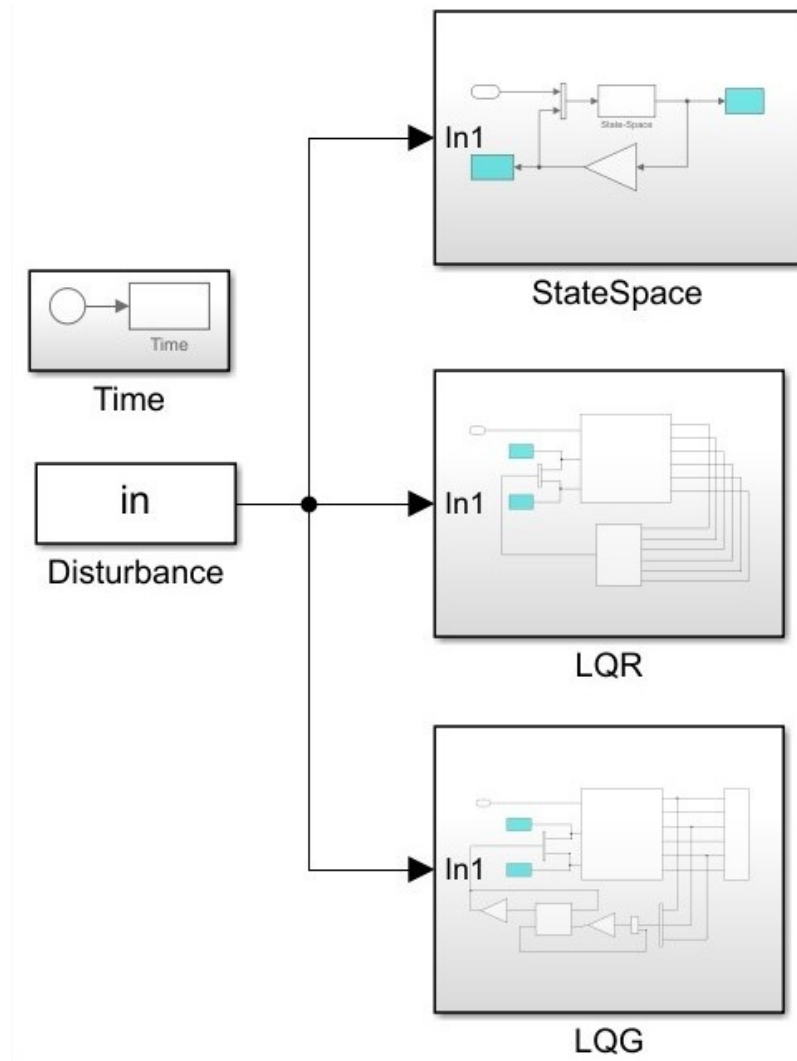


Gambar A.2: Model *simulink* pada *Inverted Pendulum* menggunakan kendali *LQR*



Gambar A.3: Model *simulink* pada *Inverted Pendulum* menggunakan kendali *LQG*





Gambar A.4: Model *simulink* pada *Inverted Pendulum*

## BIODATA PENULIS

### Data Pribadi



Nama	: Edwin Ramadhani Sampurna
Nama Panggilan	: Edwin
Tempat/Tanggal Lahir	: Surabaya, 03 Mei 1987
Alamat Asal	: Jalan Simorukun 5/23
Kecamatan	: Sukomanunggal
Kota	: Surabaya
No. HP/WA	: 081295964101
e-Mail	: wineepis@live.com

---

### PENDIDIKAN

#### FORMAL :

- 1993 – 1999 SD NEGERI 04, Surabaya
- 1999 – 2002 SMP NEGERI 25, Surabaya
- 2002 – 2005 SMA NEGERI 08, Surabaya
- 2005 – 2006 D-I NETWORK MANAGEMENT  
Sekolah Tinggi Teknologi Telkom
- 2006 – 2011 D-IV TEKNIK MEKATRONIKA  
Politeknik Elektronika Negeri Surabaya
- 2016 – 2018 S-2 DESAIN SISTEM MEKANIKAL,  
Departemen Teknik Mesin FTI-ITS Surabaya

---

### PEKERJAAN

- 2011 – 2014 PT NAUTIC MARITIME SALVAGE, Jakarta
- 2014 – 2015 PT MERATUS LINE, Surabaya
- 2015 – 2016 G2V ASIA PACIFIC PTE LTD, Singapore

---

### MOTTO

*Salah satu motto hidup penulis adalah “Sebaik-baik manusia adalah yang bermanfaat bagi orang lain” menjadikan modal semangat bagi penulis untuk terus dapat menimba ilmu, khususnya dibidang Mechanical Engineering.*